

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences
de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Maurice BOUIX

1^{re} THÈSE : Contribution à l'étude des antennes diélectriques.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 19 janvier 1952 devant la Commission d'Examen :

MM. M. PAUTHENIER	<i>Président.</i>
P. GRIVET	} <i>Examineurs.</i>
A. LICHNÉROWICZ	

ÉDITIONS DE LA
REVUE D'OPTIQUE THÉORIQUE ET INSTRUMENTALE

165, Rue de Sèvres — 3 et 5, Boulevard Pasteur

PARIS 15^e

1952

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences
de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Maurice BOUIX

1^{re} THÈSE : Contribution à l'étude des antennes diélectriques.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 19 janvier 1952 devant la Commission d'Examen :

MM. M. PAUTHENIER	<i>Président.</i>
P. GRIVET	} <i>Examineurs.</i>
A. LICHNÉROWICZ	

ÉDITIONS DE LA
REVUE D'OPTIQUE THÉORIQUE ET INSTRUMENTALE

165, Rue de Sèvres — 3 et 5, Boulevard Pasteur

PARIS 15^e

1952

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen. M. A. CHATELET

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	COULOMB	T	Physique du Globe.
A. DENJOY	T	Théorie des Fonctions.	Mlle COUSIN	T	Biologie animale (P. C. B.).
L. LUTAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	CHRÉTIEN		Chimie (P. C. B.).
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.	P. DRACH		Zoologie.
Robert LÉVY	T	Physiologie comparée.	KASTLER		Physique.
Mme RAMART-LUCAS	T	Chimie organique.	CHATELET	T	Arithmétique et Théorie des nombres.
FOCH	T	Mécanique physique et expérimentale.	EPHRUSSI	T	Génétique.
PAUTHENIER	T	Électrotechnique générale.	WURMSER	T	Biologie physico-chimique.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	BAUER	T	Chimie-Physique.
JOB	T	Chimie générale.	RIVIÈRE		Géologie (P. C. B.).
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	GAUTHERET		Biologie végétale (P. C. B.).
COMBES	T	Physiologie végétale.	LUCAS		Physique.
GARNIER	T	Géométrie supérieure.	A. THOMAS		Évolution des êtres organisés.
PÉRÈS	T	Mécanique rationnelle.	ARNULF		Optique appliquée.
LAUGIER	T	Physiologie générale.	MAX MORAND		Physique.
TOUSSAINT	T	Technique aéronautique.	SOLEILLET		Physique.
M. CURIE	T	Physique (P. C. B.).	FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.
G. RIBAUD	T	Hautes températures.	DANJON	T	Astronomie.
CHAZY	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	FROMAGEOT	T	Chimie biologique.
CROZE	T	Physique théorique et Physique céleste.	LAPORTE	T	Physique générale et Radio-activité.
DUPONT	T	Théories chimiques.	JANET		Mathématiques générales.
VALIRON	T	Calcul différentiel et Calcul intégral.	PETIT	T	Biologie maritime.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	QUENEY	T	Météorologie et Dynamique atmosphérique.
VAVON	T	Analyse et mesures chimiques.	GALLIEN		Biologie animale (P. C. B.).
G. DARMOIS	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	EICHHORN		Biologie végétale (P. C. B.).
Jacques BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	DE CUGNAC		Biologie végétale (P. C. B.).
AUBEL	T	Chimie biologique.	LAVAL		Physique (P. C. B.).
Mme JOLIOT-CURIE	T	Physique générale et Radio-activité.	Mlle CAUCHOIS		Chimie-Physique.
PLANTEFOL	T	Botanique.	THELLIER		Physique du Globe.
CABANNES	T	Recherches physiques.	AUDUBERT		Électrochimie.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.	L'HÉRITIER		Génétique.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	GRIVET	T	Radio-Électricité.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	PONCIN		Mécanique des fluides.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	THIRY	T	Mécanique appliquée.
WYART	T	Minéralogie.	DUBREIL		Mathématiques générales.
TEISSIER	T	Zoologie.	QUELET		Chimie (P. C. B.).
MANGENOT	T	Biologie végétale.	CAGNIARD		Géophysique appliquée.
P. AUGER	T	Physique quantique et Relativité.	CHAMPETIER		Chimie appliquée.
MONNIER		Physiologie générale.	CUVILLIER		Géologie structurale et Géologie appliquée.
PIVETEAU	T	Géologie.	JUNG		Pétrographie.
ROCARD	T	Physique.	TRILLAT		Physique (P. C. B.).
H. CARTAN	T	Mathématiques.	WIEMANN		Chimie (P. C. B.).
SCHAEFFER	T	Physiologie des fonctions.	LICHNEROWICZ		Mathématiques.
LAFFITTE	T	Chimie générale.	JACQUINOT		Physique (P. C. B.).
FAVARD		Calcul des probabilités et Physique mathématique.	VASSY		Physique de l'atmosphère.
			DESTOUCHES		Théories physiques.
			M. PRUVOST	T	Géologie.
			AMIEL		Chimie (P. C. B.).
			HOCART		Minéralogie.
			MACHEBEUF		Microbiologie.
			J. P. MATHIEU		Physique (P. C. B.).
			COUTEAUX		Biologie animale (P. C. B.).
			MAY		Biologie animale (P. C. B.).

Secrétaire : Ch. MONIER.



CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES ANTENNES DIÉLECTRIQUES

par Maurice BOUX *

Docteur ès Sciences Physiques.

SOMMAIRE. — Le présent exposé se divise en une première partie qui rapporte nos travaux expérimentaux et une deuxième partie qui expose un certain nombre de résultats théoriques.

Le chapitre I^{er} traite du radiateur diélectrique isolé et rapporte les relevés de diagrammes de rayonnement qui ont été faits sur divers radiateurs tant cylindriques que coniques pour différentes longueurs d'ondes. Ensuite l'étude pratique du couplage des radiateurs diélectriques sur un guide rectangulaire constitue l'objet du chapitre II. On a déterminé expérimentalement les couplages pour les bandes de 3 cm et de 10 cm. Au chapitre III on rapporte les diagrammes de rayonnement relevés pour divers réseaux de radiateurs diélectriques dans la bande de 3 cm. Le chapitre IV termine la première partie en passant en revue les divers appareils de mesures et accessoires utilisés pour notre expérimentation. En particulier, il donne de nombreux détails sur un appareil de relevé photographique des diagrammes d'antennes.

Dans la deuxième partie, au chapitre V, on expose sous un jour qui présente quelque originalité la théorie des réseaux linéaires d'antennes. Ces résultats servent dans les chapitres suivants. Au chapitre VI, on reprend, à partir des équations de SCHELKUNOFF, la théorie du cylindre diélectrique indéfini ; les calculs numériques effectués ont permis de tracer des réseaux de courbes qui servent par la suite au calcul des radiateurs diélectriques. On termine par une étude de la propagation dans une ligne formée d'un cylindre diélectrique à âme métallique ou à âme formée d'un autre diélectrique et on donne un procédé graphique d'étude du tube diélectrique indéfini. Les résultats précédents permettent d'élaborer au chapitre VII une théorie du radiateur diélectrique cylindrique et de tracer un diagramme théorique. Ils permettent aussi la détermination des radiateurs coniques en vue d'une meilleure adaptation sur l'espace ambiant. Cette deuxième partie théorique se termine par un chapitre VIII consacré au couplage d'un radiateur diélectrique sur un guide rectangulaire au moyen d'un orifice circulaire percé dans le grand côté du guide rectangulaire, et par un chapitre IX consacré à quelques considérations sur le gain des réseaux, et des réseaux de radiateurs diélectriques en particulier.

En conclusion, nous indiquons quelles sont les applications possibles des antennes diélectriques et nous disons dans quelle voie il semble que ces recherches devraient être poursuivies.

INTRODUCTION, HISTORIQUE

1. Introduction. — Nous nous occuperons essentiellement dans cette étude des antennes directives utilisées aux hyperfréquences ($\lambda < 30$ cm) constituées par des bâtonnets de diélectrique encastrés à une extrémité dans un élément excitateur. Lorsque l'antenne fonctionne à l'émission, l'énergie provenant de la source se propage par une ligne de transmission quelconque jusqu'à cet élément de guide excitateur et en sort sous forme d'onde électromagnétique dans la substance diélectrique de l'antenne ; ces ondes subissent à la surface du diélectrique des réflexions et des réfractions ; dans les formes que l'on retiendra pour les applications pratiques, tout se passe comme si, à mesure que l'onde électromagnétique se propage le long du bâtonnet diélectrique, elle laissait s'échapper à travers la surface une partie de son énergie. Cette énergie est rayonnée à l'extérieur suivant un diagramme directif quand les dimensions du radiateur diélectrique sont convenables. L'avantage du bâtonnet diélectrique sur un réseau linéaire d'antenne ou un radiateur associé à un réflecteur, c'est que son encombrement dans le sens perpendiculaire à la direction du rayonnement principal est bien inférieur à celui du réseau linéaire qui donnerait le même gain. Cette propriété se conserve lorsqu'on réunit les bâtonnets eux-mêmes en réseaux linéaires. On obtient ainsi des réseaux qui, à gain égal, sont bien moins encombrants que les réseaux ordinaires de dipôles ou de fentes rayonnants, ou aussi que les réflecteurs qui donneraient la même directivité. Les

antennes diélectriques ont été étudiées sous deux formes : d'abord les radiateurs diélectriques formés d'une tige pleine de diélectrique, cylindrique ou conique, ensuite les cylindres creux formés d'une lame de diélectrique enroulée en cylindre. Ces dernières antennes ont un encombrement diamétral plus grand que les premières, mais elles sont plus légères. En revanche, elles sont plus fragiles. Nous nous intéressons ici presque exclusivement au premier type.

2. Historique. — Une note de I. SIMON sur les antennes diélectriques, suivie d'une réponse de O. ZINKE [1] rapprochées de l'article de P. MALLACH « Aériens dirigés diélectriques pour ondes décimétriques et centimétriques » [2], semble montrer que la priorité de l'utilisation du rayonnement des bâtonnets diélectriques revient bien à P. MALLACH. Toutefois certains travaux américains semblent à peu près contemporains des siens ; et il est bien difficile de préciser à qui il faut attribuer l'idée originale, car les Américains sont très avares de renseignements sur ce sujet. Antérieurement à tous ces travaux, d'autres auteurs ont bien étudié la propagation des ondes dans les tiges diélectriques, tels D. HONDROS et P. DEBYE [3], ZAHN [4], SCHRIEVER [5], SOUTHWORTH [6], mais ne se sont pas occupés du rayonnement de ces tiges.

Aucun de ces auteurs n'a d'ailleurs analysé d'une façon complète les types d'ondes à considérer dans l'étude des tiges diélectriques.

Seul SCHELKUNOFF [7, 8] a traité théoriquement le cas de la propagation sans rayonnement d'une onde dans une tige diélectrique pleine circulaire. Il note que les conditions aux limites imposent la

* Au C. N. E. T., Ingénieur en Chef Département RADIO, Division DÉTECTION ÉLECTRO-MAGNÉTIQUE, Chef de la Section AÉRIENS.

[] Pour tout renvoi entre crochets se reporter in fine à la bibliographie.

présence simultanée d'une onde TE et d'une onde TM. Ce calcul a servi de point de départ à notre étude théorique, et nous en avons tiré des conclusions qui paraissent présenter un certain intérêt.

PREMIÈRE PARTIE

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

CHAPITRE PREMIER

LE RADIATEUR DIÉLECTRIQUE ISOLÉ

1.1. — **Diagrammes expérimentaux des radiateurs cylindriques.** — D'après les résultats théoriques que nous établissons dans la deuxième partie, nous avons déterminé la gamme dans laquelle on doit prendre les dimensions des radiateurs diélectriques cylindriques pour avoir des chances d'obtenir une bonne directivité suivant l'axe du cylindre. Chacun des radiateurs étudiés était couplé à un guide

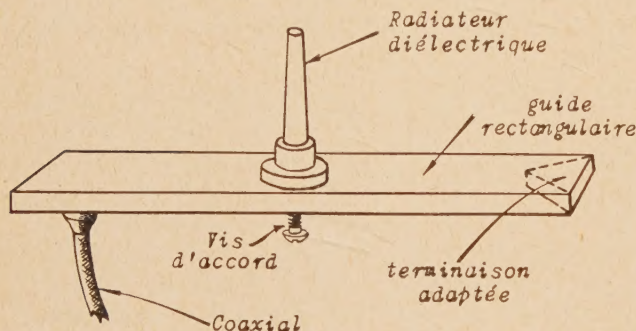


FIG. 1.1. — Montage pour l'étude de diagramme de rayonnement d'un radiateur cylindrique isolé.

d'onde rectangulaire par un trou au milieu du grand côté de ce guide d'onde suivant le schéma de la figure 1.1. On peut voir les détails du dispositif de couplage sur la figure 2.1. Le diélectrique que nous avons utilisé tout au long de nos essais est le polythène, qui a l'avantage d'avoir de faibles pertes diélectriques, d'être léger et d'être aisé à travailler.

TABLEAU 1.1 (*)

ϵ	$\frac{\lambda_0}{(2a)_{\max}}$	$\frac{\lambda_0}{(2a)_{\min}}$
2	1,77	2,81
2,25	1,98	3,15
3	2,51	3,98
4	3,08	4,87
5	3,56	5,61

Nota : pour $\epsilon = 2,25$ $\lambda_0 = 3,2$ cm, on a :

$(2a)_{\max} = 3,2/1,98 \approx 1,6$ mm,

$(2a)_{\min} = 3,2/3,15 \approx 1,0$ cm.

Le mode de couplage donne une polarisation située dans le plan formé par les axes du guide rectangu-

laire et du cylindre diélectrique. Nous désignons par la suite ce plan par la lettre X ; la lettre Y désignera le plan perpendiculaire issu de l'axe du radiateur.

On a relevé expérimentalement un certain nombre de diagrammes pour des radiateurs cylindriques en polythène ($\epsilon = 2,25$) de diamètre ($2a = 16$ mm) au moyen du dispositif décrit plus loin au § 4.6. Ces diagrammes de rayonnement concernent uniquement le plan X (plan de la polarisation) ; ils sont relatifs à

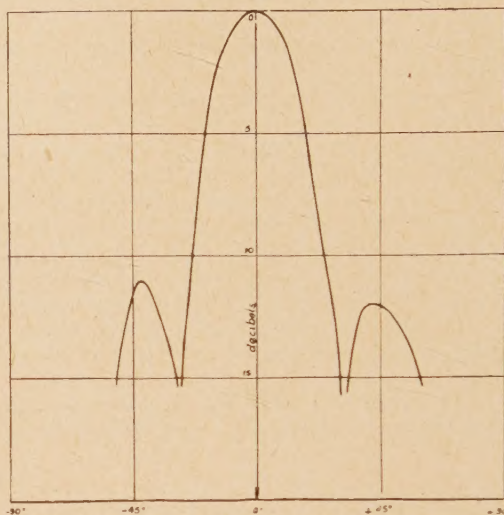


FIG. 1.2. — Diagramme de rayonnement expérimental d'un radiateur cylindrique de polythène dans le plan de la polarisation. $\epsilon = 2,25$, $L = 11$ cm, $2a = 1,6$ cm, $\lambda_0 = 3,26$ cm.

diverses longueurs des radiateurs et aux longueurs d'onde $\lambda_0 = 3,26$ cm (**) ($\lambda_0/2a = 2,04$) et $\lambda_0 = 3,34$ cm ($\lambda_0/2a = 2,08$). On remarque sur toutes les figures 1.2 à 1.5 des lobes secondaires importants. Ces radiateurs cylindriques ne sont pratiquement utilisés ni isolément comme antennes, ni pour constituer des réseaux. L est la longueur du radiateur.

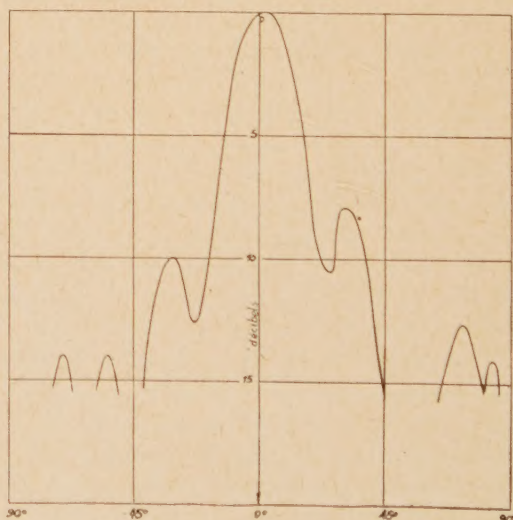


FIG. 1.3. — Diagramme de rayonnement expérimental d'un radiateur diélectrique cylindrique de polythène dans le plan de la polarisation. $\epsilon = 2,25$, $L = 14,5$ cm, $2a = 1,6$ cm, $\lambda_0 = 3,26$ cm.

1.2. — Le radiateur diélectrique conique. —

Notre étude théorique ne nous a pas permis de déterminer des radiateurs cylindriques suffisamment

(*) Ce tableau est le tableau 7.7, il doit être lu page 55.

(**) λ_0 désigne la longueur d'onde dans le vide.

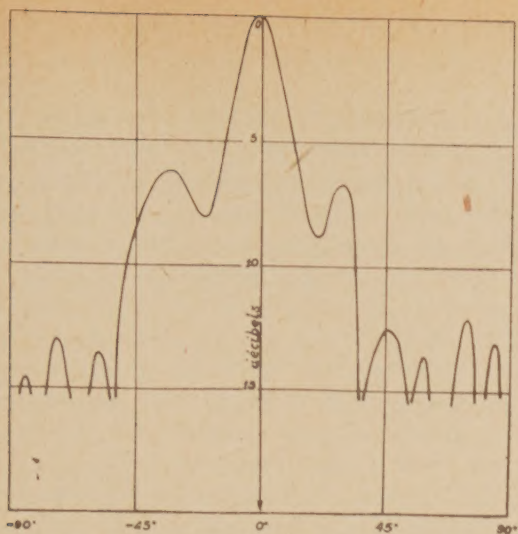


FIG. 1.4. — Diagramme de rayonnement expérimental d'un radiateur cylindrique de polythène dans le plan de la polarisation. $\epsilon = 2,25$, $L = 18$ cm, $2a = 1,6$ cm, $\lambda_0 = 3,26$ cm.

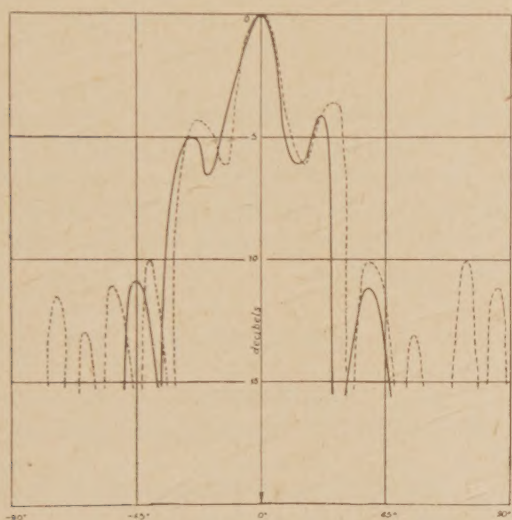


FIG. 1.5. — Diagramme de rayonnement expérimental d'un radiateur cylindrique de polythène dans le plan de la polarisation. $\epsilon = 2,25$, $L = 21$ cm, $2a = 1,6$ cm, $\lambda_0 = 3,34$ cm, et $\lambda_0 = 3,26$ cm.

dépourvus de lobes secondaires pour avoir une utilité pratique.

Les radiateurs cylindriques réels superposent encore au phénomène calculé le rayonnement de l'onde réfléchi sur l'extrémité et la diffraction par l'extrémité. Ces deux phénomènes parasites n'apportent pas d'amélioration ; et d'autre part l'onde réfléchi cause un rayonnement arrière plus important que celui qu'on a calculé, et aussi une onde stationnaire qui peut être gênante sur la ligne de transmission d'alimentation.

Sur les données théoriques du § 7.5, nous avons construit pour la bande de 3 cm des radiateurs coniques en polythène ($\epsilon = 2,25$) dont le diamètre maximum est 16 mm et le diamètre minimum 10 mm ; les longueurs des parties coniques étaient

67 ; 100 ; 134 ; 167 ; 200 mm.

La base cylindrique était enfermée dans un cylindre métallique formant guide d'onde d'excitation, et ce

cylindre était excité par un trou percé dans le fond (fig. 1.1 et 2.1).

Les figures 1.6 et 1.7 représentent les diagrammes de rayonnement de ces radiateurs coniques pour les

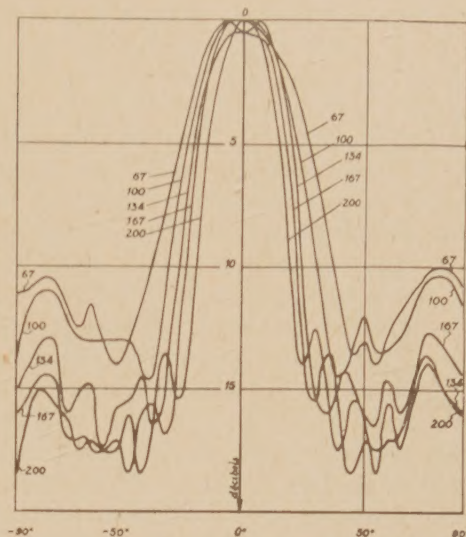


FIG. 1.6. — Diagrammes de rayonnement expérimentaux des radiateurs coniques de diamètre maximum 16 mm, de diamètre minimum 10 mm, de longueurs 67, 100, 134, 167 et 200 mm pour $\lambda_0 = 3,26$ cm dans le plan de la polarisation.

deux longueurs d'onde $\lambda_0 = 3,26$ cm et $\lambda_0 = 3,34$ cm. On constatera la qualité du diagramme du radiateur de 167 mm de long ($l = L/\lambda_0$ voisin de 5).

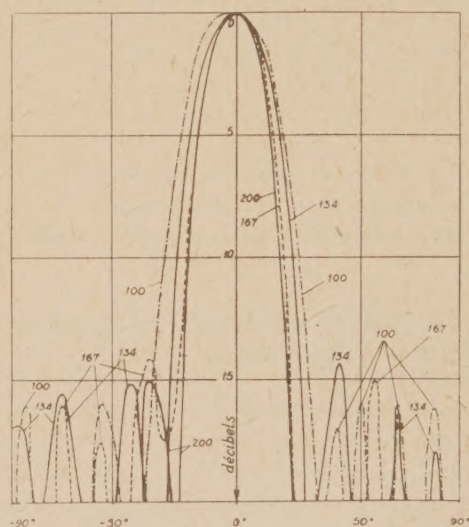


FIG. 1.7. — Diagrammes de rayonnement des radiateurs coniques de diamètre maximum 16 mm, de diamètre minimum 10 mm, de longueurs $L = 100, 134, 167$ et 200 mm pour $\lambda_0 = 3,34$ cm dans le plan de la polarisation.

A titre de comparaison, nous donnons aussi sur la figure 1.8 les diagrammes, relevés aux mêmes longueurs d'onde $\lambda_0 = 3,26$ cm, et $\lambda_0 = 3,34$ cm, pour des radiateurs coniques expérimentaux plus effilés (même diamètre de base 16 mm, mais diamètre terminal plus faible (6 mm)). On voit que ces diagrammes sont nettement moins bons. Pour ces diagrammes expérimentaux, on a porté en ordonnées la puissance relative en décibels au-dessous de la puissance maximum. L'appareil de mesure utilisé

permettait d'apprécier ces puissances relatives jusqu'à 20 décibels au-dessous de la puissance maximum. Pour comparer ces diagrammes avec les diagrammes théoriques donnés au chapitre VII, qui

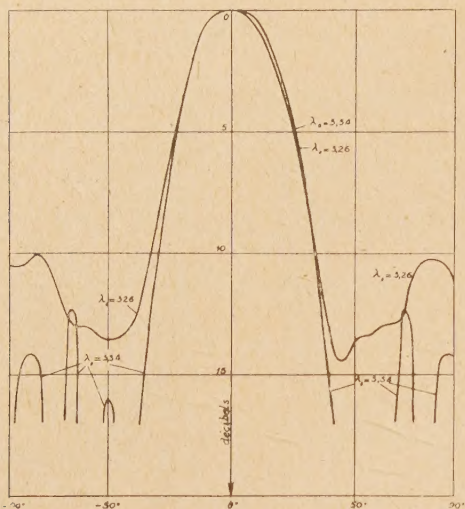


FIG. 1.8. — Diagrammes de rayonnement d'un radiateur diélectrique conique de longueur 106 mm, de diamètre maximum 16 mm, de diamètre minimum 6 mm pour $\lambda_0 = 3,26$ cm et $\lambda_0 = 3,34$ cm dans le plan de la polarisation.

sont des diagrammes en champs, il faut tenir compte des relations suivantes, où E_0 , P_0 désignent le champ et la puissance à l'infini dans une direction repère, ici celle du rayonnement maximum, et où E , P désignent les mêmes quantités dans la direction considérée :

$$\frac{E^2}{E_0^2} = \frac{P}{P_0}$$

$10 \log_{10} P_0/P = 20 \log_{10} E_0/E$, décibels au-dessous de P_0 .

1.3. — Une interprétation du fonctionnement des radiateurs diélectriques.

On a vu, aussi bien expérimentalement que théoriquement, que les diagrammes de rayonnement des radiateurs diélectriques sont les meilleurs au point de vue de la directivité et de l'absence de lobes secondaires lorsque la longueur d'onde guidée λ_g le long de la tige diélectrique est légèrement inférieure à la longueur d'onde λ_0 dans l'espace (λ_g/λ_0 de l'ordre de 0,90) ; ce phénomène est encore plus marqué dans le cas des radiateurs coniques, dans lesquels progressivement ce rapport λ_g/λ_0 tend vers l'unité tout en lui restant inférieur. Il semble que cette disposition agit sur l'énergie électromagnétique qui entoure le diélectrique de façon à la ramener vers l'axe. C'est un résultat analogue à celui qu'on observe aux grandes longueurs d'onde pour l'antenne BEVERAGE formée d'un fil conducteur placé parallèlement au sol. La ligne de transmission formée par ce fil et le sol possède aux fréquences utilisées une longueur d'onde légèrement inférieure à la longueur

d'onde de l'espace et il se produit une directivité du rayonnement dans le sens du fil conducteur.

1.4. — Comparaison des radiateurs diélectriques avec d'autres radiateurs. — Le radiateur diélectrique utilisé isolément comme antenne a un encombrement volumétrique bien moindre qu'un radiateur de directivité équivalente. Ainsi pour $\lambda_0 = 3,26$ cm, un des radiateurs dont le diagramme est représenté sur les figures 1.6 et 1.7 a un diamètre de 16 mm et une longueur de 167 mm, alors qu'un cornet qui donnerait la même ouverture à demi-puissance aurait une ouverture de 91×91 mm et une profondeur de plus de 100 mm. Cette propriété devient intéressante lorsqu'on veut réunir en réseau des radiateurs directifs, et on peut arriver ainsi à réduire dans une certaine proportion l'encombrement des antennes de grande directivité. Les cornets, vu leur encombrement latéral, ne pourraient être assez serrés pour qu'on puisse réduire l'encombrement du réseau par rapport à l'encombrement d'une antenne à réflecteur, de directivité équivalente.

Il est cependant possible dans certains cas de remplacer dans des réseaux les antennes diélectriques par des antennes yagi. Les chapitres III et IX traiteront des réseaux de radiateurs diélectriques. Nous n'utiliserons par la suite que des radiateurs diélectriques coniques.

CHAPITRE II

EXCITATION DES RADIATEURS DIÉLECTRIQUES

2.1. — Couplage par un trou percé dans le grand côté d'un guide d'onde rectangulaire.

Nous avons considéré jusqu'ici le radiateur diélectrique en lui-même sans tenir compte de la façon dont on l'excite. Ce chapitre-ci sera consacré à un système d'excitation qui, à la fois, soit de construction mécanique simple et permette autant que possible d'exciter les radiateurs dans un mode pur.

Le dispositif que nous avons utilisé est celui de la figure 2.1. Il est formé d'un trou percé dans l'axe

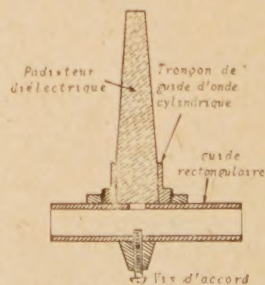


FIG. 2.1. — Couplage d'un radiateur diélectrique sur un guide rectangulaire.

soit du grand côté, soit du petit côté d'un guide rectangulaire propageant le mode TE_{01} ; une vis permet de corriger la réactance du trou sur le guide

rectangulaire. A l'extérieur du guide rectangulaire est soudé un tronçon de tube cylindrique concentrique au trou qui sert d'embase au radiateur. Ce tube rempli de diélectrique constitue un tronçon de guide circulaire, et son diamètre est tel que le guide circulaire propage le mode TE_{11} et coupe les modes supérieurs.

La figure 2.2 représente les champs et les courants dans un guide rectangulaire propageant le mode TE_{01} .

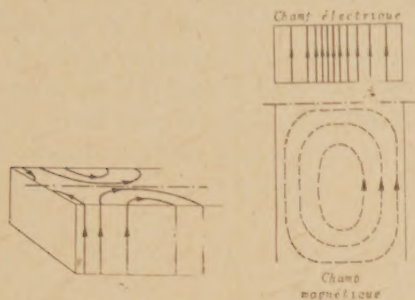


FIG. 2.2. — Champs et courants dans un guide d'onde rectangulaire.

Lorsque le trou est percé dans l'axe du grand côté du guide rectangulaire, il coupe les lignes de courant longitudinales du guide d'onde dans la région où le courant est le plus intense (champ magnétique maximum). L'axe de champ électrique maximum dans le mode TE_{11} du guide circulaire est donc *parallèle* aux arêtes du guide rectangulaire et excite dans le radiateur diélectrique une polarisation parallèle à ces arêtes. Le champ électrique, qui est normal à la paroi du guide rectangulaire, excite un mode TM_{01} à symétrie de révolution. Par construction ce mode est au-dessous de la coupure ; mais si la longueur du tronçon de guide circulaire était petite, l'atténuation de ce mode pourrait être assez faible pour qu'il donne une contribution non négligeable au rayonnement et qu'il apporte ainsi à ce rayonnement une composante à polarisation circulaire. Les autres modes sont beaucoup plus loin au-dessous de la coupure et donnent des contributions toujours négligeables. Pratiquement, malgré les longueurs de guide circulaire relativement faibles employées, nous n'avons pas mis en évidence une polarisation transversale sensible (*).

Lorsque le trou de couplage est percé dans le petit côté du guide rectangulaire, il coupe des courants perpendiculaires aux arêtes du guide, et par suite un champ magnétique longitudinal. Le mode excité dans le tronçon de guide circulaire à donc, cette fois, son axe de champ électrique maximum *perpendiculaire* aux arêtes du guide. D'autre part, comme le champ électrique dans le guide rectangulaire est nul sur le petit côté, il n'y a pas de couplage du mode TM_{01} .

Les dispositifs de couplage proposés permettent donc en principe d'obtenir des réseaux de radiateurs

diélectriques à polarisation rectiligne, la polarisation pouvant être soit parallèle, soit perpendiculaire au réseau.

Il est encore à remarquer qu'un radiateur diélectrique couplé au guide rectangulaire peut être considéré comme un quadripôle placé sur la ligne de transmission constituée par le guide rectangulaire. Dans le cas du trou centré au milieu du grand côté du guide, la quantité d'énergie couplée prépondérante est celle qui est couplée par le courant longitudinal du guide rectangulaire dans le mode TE_{11} du guide circulaire ; le quadripôle dissipe l'énergie en majorité comme une charge série. A l'opposé, dans le cas du trou centré sur le petit côté, la majeure partie de l'énergie couplée au radiateur diélectrique provient du courant transversal du guide rectangulaire. Le quadripôle constitue surtout une charge parallèle.

Tous les réseaux que nous étudions dans la suite ont utilisé les trous centrés au milieu du grand côté du guide rectangulaire et forment donc approximativement des réseaux de charges en série.

2.2. — Étude des modes excités par le trou.

Au début de nos mesures, nous étions outillés pour travailler dans la bande de 3 cm et la longueur d'onde à laquelle notre générateur donnait nettement le plus de puissance était $\lambda_0 = 3,34$ cm. C'est pourquoi nous avons d'abord travaillé toute la question des couplages pour cette longueur d'onde.

A partir des renseignements donnés dans l'article de MALLACH [2] et de la formule qui en résulte

$$(2.1) \quad D = \lambda_0 / (1,7\sqrt{\epsilon - 1}),$$

nous avons pris comme diamètre de la base des radiateurs coniques et, par suite, comme diamètre des guides circulaires qui les supportent :

$$D = 1,6 \text{ cm},$$

pour $\lambda_0 = 3,34$ cm et $\epsilon = 2,25$ (polythène).

Or la formule qui donne dans un guide la longueur d'onde guidée λ_g en fonction de la longueur d'onde λ et de la longueur d'onde de coupure λ_c est

$$(2.2) \quad \lambda_g = \lambda \lambda_c / \sqrt{\lambda_c^2 - \lambda^2}.$$

λ_c est une longueur qui dépend uniquement de la géométrie de la section droite du guide d'onde (**). Si le guide est rempli d'un diélectrique de caractéristiques relatives ϵ et μ , et si λ_0 est la longueur d'onde dans l'espace libre, et λ la longueur d'onde dans un espace rempli du diélectrique qui constitue le guide, on a, ϵ étant la constante diélectrique, et μ la perméabilité magnétique relatives :

$$(2.3) \quad \lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon \mu}.$$

On a donc ici :

$$(2.4) \quad \lambda_g = \lambda_0 \lambda_c / \sqrt{\epsilon \mu \lambda_c^2 - \lambda_0^2}.$$

(*) Pour l'étude des différents modes excités, voir les §§ 2.2 et 8.4.

(**) Cette définition de λ_c n'est pas habituelle, mais c'est

la seule rationnelle. Habituellement on désigne par longueur d'onde de coupure la longueur λ_{c0} que nous devrions écrire avec notre notation $\lambda_{c0} = \lambda_c \sqrt{\epsilon \mu}$.

Dans le cas du guide circulaire rempli de polythène, on a [9] :

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \mu &= 1 & \epsilon &= 2,25 \\ \lambda_c &= \pi D/1,841 \text{ pour le mode TE}_{11}, \\ \lambda_c &= \pi D/2,40 \text{ pour le mode TM}_{01}, \\ \lambda_c &= \pi D/3,05, \pi D/3,83 \text{ pour les modes TE}_{21}, \\ & & & \text{TE}_{01}. \end{aligned}$$

λ_g est donc réel seulement pour le mode TE_{11} . C'est le seul mode qui se propage dans le guide circulaire. Pour les modes au-dessous de la coupure, λ_g est imaginaire pur ; et on pose :

$$(2.6) \quad \alpha = 2\pi\sqrt{\lambda_0^2 - \epsilon\mu\lambda_c^2/\lambda_0\lambda_c}.$$

α est le coefficient d'atténuation, par unité de longueur mesurée suivant l'axe du guide circulaire. On mesure souvent α par la quantité

$$(2.7) \quad 20 \log_{10} \alpha \text{ décibels,}$$

quantité qu'on désigne sous le nom d'atténuation et qui exprime la proportion de puissance qui reste après 1 cm de parcours dans le guide.

Si $P_{\text{TE}_{11}}$, $P_{\text{TM}_{01}}$, $P_{\text{TM}_{11}}$, $P_{\text{TE}_{01}}$ désignent les puissances couplées par le guide rectangulaire à travers le trou de couplage dans les modes respectifs TE_{11} , TM_{01} , TM_{11} , TE_{01} , les puissances dans ces divers modes qui arrivent sur le radiateur après le passage dans le guide circulaire d'alimentation seront respectivement :

$$P_{\text{TE}_{11}}; P_{\text{TM}_{01}} e^{-2\alpha_{\text{TM}_{01}} L}; P_{\text{TM}_{11}} e^{-2\alpha_{\text{TE}_{21}} L}; P_{\text{TE}_{01}} e^{-2\alpha_{\text{TE}_{01}} L}$$

L étant la longueur du guide circulaire.

Nous verrons au § 8.4 comment on peut avoir une idée des rapports

$$P_{\text{TM}_{01}}/P_{\text{TE}_{11}}, P_{\text{TE}_{21}}/P_{\text{TE}_{11}}, P_{\text{TE}_{01}}/P_{\text{TE}_{11}}$$

à propos d'une formule due à BETHE.

On trouvera que la puissance qui sort du guide circulaire dans le mode TE_{11} est nettement prépondérante et que les puissances dans les autres modes peuvent être négligées pourvu que L soit supérieur à une certaine valeur. Nous avons pris $L = 11\text{mm}$ dans notre expérimentation.

2.3. — Les mesures sur l'impédance du radiateur diélectrique avec son dispositif de couplage dans la bande de 3 cm.

La charge série sur le guide d'onde rectangulaire d'alimentation, constituée par le radiateur diélectrique avec son dispositif de couplage, est en général une impédance complexe. En modifiant, comme nous le verrons dans ce paragraphe, le dispositif de couplage pour réduire le plus possible la composante réactive, on aura une charge qui sera presque résistive. Comme d'autre part nous voulons constituer un réseau de radiateurs, les premières charges devront consommer seulement une petite partie de la puissance ; leur résistance devra être faible par rapport à la résistance caractéristique de la ligne. Dans ce cas particulier d'une résistance R faible

comparée à la résistance caractéristique Z_0 de la ligne, la puissance dissipée par la charge est proportionnelle à la résistance de cette charge. La résistance normalisée R/Z_0 n'est pas autre chose dans ce cas que le coefficient de couplage τ dont nous parlerons au § 8.1.

Notre intention était de déterminer les couplages des radiateurs diélectriques avec un guide d'onde rectangulaire, de façon à constituer un réseau linéaire d'antennes diélectriques sur la bande de 3 cm.

Nous avons construit des éléments de guide portant chacun un radiateur diélectrique alimenté par un trou corrigé par une vis d'accord et nous avons intercalé cet élément sur un guide d'onde entre une ligne à fente pour la mesure des ondes stationnaires et une terminaison adaptée (fig. 2.3). La longueur

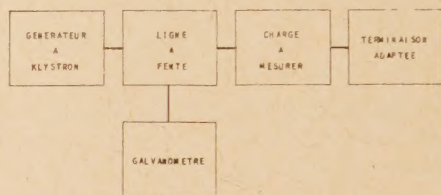


FIG. 2.3. — Mesure du TOST.

d'onde utilisée était $\lambda_0 = 3,34$ cm, ce qui donnait dans le guide d'onde $\lambda_g = 4,89$ cm. Les diamètres des trous de couplage des divers éléments formaient la série suivante : 9,5 ; 10 ; 10,5 ; 11 ; 11,5 ; 12 ; 12,5 ; 13 ; 13,5 ; 14 ; 14,5 ; 15 ; 15,4 mm. Dans l'expéri-

TABLEAU 2.1

DIAMÈTRE DU TROU MM	TOST	DISTANCE DU MINIMUM mm	DISTANCE ÉLECTRIQUE	IMPÉDANCE
9,5	1,26	141,59	1.800° + 283°	0 + j0,21
			+ 289°	0 + j0,17
10	1,36	141,34	1.800° + 279°	0 + j0,28
			+ 285°	0 + j0,28
10,5	1,54	140,47	1.800° + 265°	0 + j0,43
			+ 271°	0 + j0,41
11	1,62	139,01	1.800° + 244°	0,12 + j0,48
			+ 250°	0,06 + j0,48
11,5	1,52	139,08	1.800° + 245°	0,09 + j0,42
			+ 251°	0,05 + j0,42
12	1,65	140,15	1.800° + 261°	0 + j0,69
			+ 267°	0 + j0,47
13	1,74	138,65	1.800° + 239°	0,17 + j0,58
			+ 245°	0,1 + j0,58
13,5	1,73	139,85	1.800° + 257°	0 + j0,55
			+ 263°	0 + j0,53
14	1,78	137,77	1.800° + 225°	0,35 + j0,58
			+ 231°	0,27 + j0,60
14,5	1,92	139,63	1.800° + 252°	0,00 + j0,66
			+ 258°	+ j0,63
15	2,26	137,69	1.800° + 225°	0,48 + j0,9
			+ 231°	0,28 + j0,9
15,	1,75	137,80	1.800° + 227°	0,32 + j0,56
			+ 233°	0,25 + j0,58

Nota :

1° Sur le diagramme de SMITH 1 tour = $\lambda_{g0}/2 = 2,445$ cm, soit 360°
 2° Les deux valeurs qu'on a inscrites pour chaque diamètre de trou correspondent aux limites de l'erreur que l'on peut faire dans l'extrapolation.

mentation sur chaque élément, on mesurait le taux d'onde stationnaire au moyen de la ligne à fente et du galvanomètre, et la distance du dernier mini-

mun à l'axe du radiateur diélectrique : on a obtenu le tableau de mesures [2.1]. La quatrième colonne indique en degrés la distance électrique du dernier minimum à l'axe du radiateur et la cinquième indique l'impédance série équivalente au radiateur, formée d'une résistance et d'une réactance lues sur le diagramme de SMITH (ces éléments : impédance, résistance, réactance, sont normalisés par rapport à l'impédance caractéristique de la ligne de transmission formée par le guide d'onde).

Remarquons que la valeur du minimum s'obtient avec une facilité assez grande, mais la détermination de sa position nécessite des précautions supplémentaires. Pour la déterminer, on a appliqué la méthode

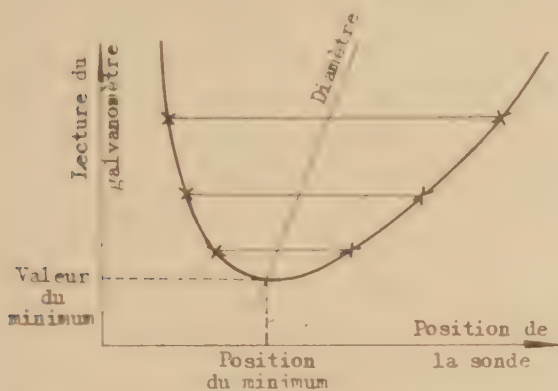


FIG. 2.4. — Détermination précise du minimum.

du diamètre qui consiste à trouver, de part et d'autre de la position du minimum, des couples de positions qui donnent la même tension au galvanomètre, à tracer la courbe obtenue, qui a une forme sensiblement parabolique, et à tracer le diamètre, dont l'intersection précise la position du minimum (fig. 2.4).

Le tableau 2.1 nous amène aux conclusions suivantes :

1° la résistance des trous de faible diamètre est faible, et l'abaque de SMITH ne nous a pas toujours permis de faire une lecture qui ait un sens. Lorsque l'incertitude était trop grande, nous n'avons pas noté un résultat qui aurait été trop illusoire.

2° les réactances sont assez élevées, même pour les trous de faible diamètre, et ce sont elles qui expliquent les taux d'onde stationnaire nettement écartés de l'unité. Par suite, si on associait des radiateurs diélectriques montés dans ces conditions pour former un réseau, ce réseau présenterait vraisemblablement au générateur un taux d'onde stationnaire très élevé. Pour constituer un réseau, il est donc nécessaire d'accorder les radiateurs. Nos mesures manquaient de précision ; on a donc fait les suivantes bien plus soigneusement, après les modifications suggérées par cette première série.

2-4. — L'adaptation du radiateur. — Pour effectuer l'adaptation du radiateur diélectrique nous avons placé en face du trou, sur la face opposée du guide, une vis de 3/60 qu'on peut enfoncer à volonté dans le guide. Un mode opératoire qui paraissait

susceptible d'annuler les réactances consistait à enfoncer cette vis jusqu'à ce que le dernier minimum de la ligne d'onde stationnaire soit exactement à un nombre entier de demi-ondes de l'axe du radiateur. En désignant par h l'enfoncement de la vis à l'intérieur du guide, on a obtenu pour trois radiateurs les valeurs du tableau 2.2 (fig. 2.5).

TABLEAU 2.2

DIAMÈTRE DU TROU	h mm	TOST	RÉSISTANCE
11	8,4	4,8	3,8
15	8,2	8	7
15,4	8,5	4	3

Les mesures du tableau 2.2 ont été faites sans rechercher aucune précision, mais on voit tout de suite :

1° qu'il a fallu enfoncer beaucoup la sonde ; h est

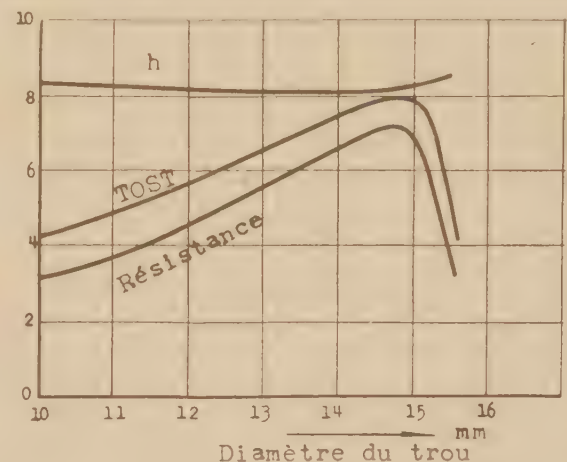


FIG. 2.5. — L'échelle verticale représente des unités pour le TOST et la résistance normalisée, et représente des millimètres pour h .

supérieur à 8 mm alors que le guide n'a que 10,16 mm de largeur ;

2° que la résistance est alors de beaucoup supérieure aux résistances du tableau 2.1 ;

3° que, par suite de cette grande résistance, le taux d'onde stationnaire est très élevé, bien plus encore qu'avant l'introduction des sondes.

On peut expliquer ces résultats par le fait que, lorsque la vis est très enfoncée dans le guide, la capacité qu'elle forme avec la paroi opposée devient relativement grande ; les courants sont augmentés sur le trou, et par suite le couplage avec le radiateur diélectrique, qui est un couplage magnétique, c'est-à-dire en courant, est augmenté.

Pour utiliser cette méthode d'accord, il aurait donc fallu réduire en conséquence les dimensions du trou, ce qui aurait nécessité des tâtonnements longs accompagnés de plusieurs retours de pièces à l'atelier de mécanique. D'autre part, on aurait beaucoup modifié la structure du guide d'onde sur la section considérée.

Nous avons, par suite, cherché à réaliser le mieux possible l'accord du radiateur diélectrique par le réglage de l'enfoncement de la vis, en ajustant cet enfoncement pour que l'élément ainsi accordé, suivi d'une terminaison adaptée, présente le taux d'onde stationnaire minimum vers le générateur. On a alors déterminé la résistance et la réactance de l'élément ainsi accordé pour divers diamètres de trou de couplage avec l'enfoncement de vis associé.

2.5. — Les méthodes de mesures des impédances de couplage. — Au moyen du montage indiqué sur la figure 2.3, on mesure d'abord les taux d'onde stationnaire présentés par le radiateur à mesurer pour divers enfoncements de la vis. Le tracé de la courbe représentative permet de déterminer l'enfoncement qui donne le taux d'onde stationnaire minimum. Dans les essais ultérieurs nous supposons qu'à chaque diamètre de trou de couplage, on a toujours associé la vis qui donne ce taux d'onde stationnaire minimum : soit r ce taux d'onde stationnaire.

Ensuite, on mesure la distance de l'axe du radiateur au plus proche minimum de la figure des ondes stationnaires dans la ligne à fente. Soit D cette distance. On retranche de D le plus grand nombre entier k de demi-longueurs d'onde guidées, soit $k\lambda_g/2$. On exprime en degrés électriques la distance

$$(2.8) \quad d = D - k\lambda_g/2$$

ce qui donne

$$(2.9) \quad \delta = (2d/\lambda_g) 360^\circ$$

Sur l'abaque des impédances de SMITH, on trouve que les valeurs r , δ du taux d'onde stationnaire et de la distance électrique ramenée au dernier minimum correspondent à l'impédance normalisée $Z = X + jY$ pour la charge constituée par l'ensemble du radiateur diélectrique avec son couplage et de la terminaison adaptée. Comme on trouve pour X dans les essais effectués une valeur supérieure à l'unité (l'unité est la résistance normalisée de la terminaison adaptée), le système correspond bien au schéma de la charge série, et on peut admettre que la résistance de l'élément de radiateur diélectrique est

$$R = X - 1$$

et que sa réactance est $S = jY$.

2.6. — Résultats des mesures. — Deux séries de mesures nous ont donné, pour le radiateur de 3 cm, les résultats des tableaux (2.3 a) et (2.3 b). L'enfoncement des vis est représenté par la courbe de la figure 2.6. La résistance et la réactance sont données par les courbes tracées sur la figure 2.7.

La comparaison de ces deux tableaux de mesures appelle quelques remarques.

1° Ces mesures ont été faites à plusieurs jours d'intervalle ; bien qu'on ait pris toutes les précautions pour rendre identiques les conditions d'expérimentation (vérification de la fréquence, remise au zéro du galvanomètre, etc.), il est toujours possible

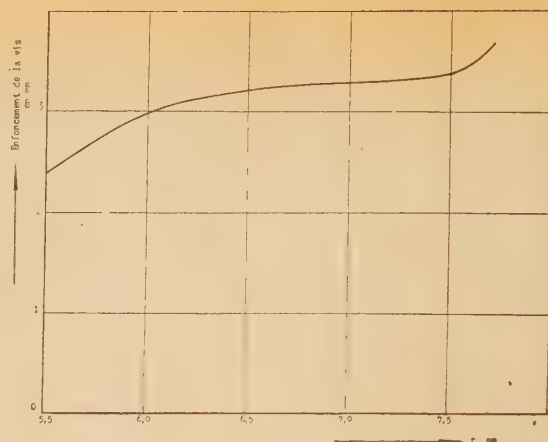


FIG. 2.6. — Courbe représentative de l'enfoncement de la vis d'accord en fonction du rayon r du trou pour le couplage de radiateurs au polythène de diamètre 16 mm couplés sur le grand côté du guide rectangulaire standard de 3 cm ; $\lambda_0 = 3,34$ cm, $\epsilon = 2,25$ (polythène) vis de 3/60.

Nota. — Pour les trous de diamètres plus faibles, les mesures étaient très imprécises ; pour les constructions d'appareils, on a extrapolé la présente courbe.

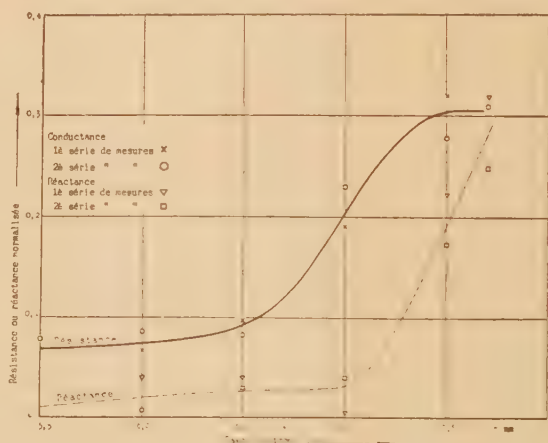


FIG. 2.7. — Résistances et réactances des radiateurs diélectriques au polythène de diamètre 16 mm couplées au guide rectangulaire standard de 3 cm, lorsque la vis est accordée au TOST minimum $\lambda = 3,34$ cm, vis de 3/60.

que quelques variations accidentelles aient pu survenir dans le montage. Malgré cela, on trouve une très bonne stabilité des résultats en ce qui concerne l'enfoncement de la vis et le taux d'onde stationnaire. Sur le taux d'onde stationnaire, la variation d'une mesure à l'autre ne dépasse pas 0,05, sauf pour le trou de couplage de 15 mm de diamètre où la variation atteint 0,07. Comme c'est aussi pour ce trou qu'on trouve la plus grande différence dans les enfoncements de vis, une troisième mesure aurait probablement permis de préciser ces valeurs.

2° On trouve des erreurs bien plus grandes en ce qui concerne les longueurs électriques. Le calcul d'erreur suivant va nous en montrer la raison. Soit δ la longueur électrique du tableau, Δ la longueur électrique vraie entre l'axe du radiateur et le premier minimum de tension visible dans la ligne à fente, D la distance représentée par Δ , λ_g la longueur d'onde dans le guide. On a :

$$\begin{aligned} \Delta &= (2D/\lambda_g) 360 \text{ degrés} \\ \delta &= \Delta - k \times 360 \text{ degrés } (k \text{ entier}) \end{aligned}$$

TABLEAU X 2.3 a et 2.3 b

MESURE DU TOST, DE L'ENFONCEMENT OPTIMUM DE LA VIS, ET DE L'IMPEDANCE D'UN RADIATEUR, ACCORDÉ PAR UNE VIS DE 3/30 ($\lambda_0 = 3,34$ cm).

a) Première série de mesures.

DIAMÈTRE DU TROU, mm.	TOST	ENFONCEMENT OPTIMUM, mm	LONGUEUR ÉLECTRIQUE JUSQU'AU DERNIER MINIMUM	IMPÉDANCE	OBSERVATIONS
			Voisine de :	mesure trop imprécise	conductance très faible
11	1,07	2,4	300°		
12	1,10	3,0	334°	0,07 — } 0,04	
13	1,12	3,2	340°	0,1 — } 0,04	
14	1,20	3,3	356°	0,19 — } 0,005	
15	1,41	3,4	30°	0,32 + } 0,22	
15,4	1,43	3,6	48°	0,22 + } 0,32	

b) Deuxième série de mesures.

DIAMÈTRE DU TROU, mm	TOST	ENFONCEMENT OPTIMUM, mm	LONGUEUR ÉLECTRIQUE JUSQU'AU DERNIER MINIMUM	IMPÉDANCE	OBSERVATIONS
11	1,08	2,4	358°	0,08 — } 0,00	
12	1,09	3,0	352°	0,09 — } 0,01	
13	1,10	3,3	340°	0,085 — } 0,03	
14	1,25	3,3	8°	0,23 + } 0,04	
15	1,34	3,3	28°	0,28 + } 0,17	
15,4	1,41	3,6	34°	0,31 + } 0,25	

avec

$$0 \leq \delta < 360^\circ.$$

Différentiant la formule qui donne Δ , on a :

$$d\Delta/\Delta = dD/D - d\lambda_{g_0}/\lambda_{g_0}$$

ou, en valeur absolue

$$|d\Delta/\Delta| \leq |dD/D| + |d\lambda_{g_0}/\lambda_{g_0}|.$$

Or $|d\lambda_{g_0}/\lambda_{g_0}|$, précision relative sur λ_{g_0} , peut se calculer à partir de la formule $\lambda_{g_0} = 2a\lambda_0/\sqrt{4a^2 - \lambda_0^2}$ (a grand côté du guide, λ_0 longueur d'onde dans l'air) ce qui donne

$$\frac{d\lambda_{g_0}}{\lambda_{g_0}} = \frac{d\lambda_0}{\lambda_0} - \frac{d(\sqrt{4a^2 - \lambda_0^2})}{\sqrt{4a^2 - \lambda_0^2}} = \frac{4a^2}{4a^2 - \lambda_0^2} \cdot \frac{d\lambda_0}{\lambda_0}.$$

Or $|d\lambda_0/\lambda_0|$ est la précision de l'ondemètre. Avec l'ondemètre utilisé, on peut écrire :

$$|d\lambda_0/\lambda_0| < 5.10^{-4}.$$

Avec

$$a = 2,286 \text{ cm}, \lambda_0 = 3,34 \text{ cm}, \text{ on a : } 4a^2/(4a^2 - \lambda_0^2) < 2,2.$$

Donc :

$$|d\lambda_{g_0}/\lambda_{g_0}| < 1.1.10^{-3}.$$

Évaluons une limite supérieure de $|dD/D|$. Les mesures de longueur en elles-mêmes sont assez précises pour qu'elles n'entrent pas en jeu, en particulier pour la position de l'axe du radiateur ; mais la position du premier minimum sur la ligne à fente est assez imprécise, puisqu'on est amené à employer

la méthode du diamètre pour la préciser. On peut compter qu'elle est connue dans le cas le plus défavorable à 1 mm près. Comme D est de l'ordre de cinq à six fois $\lambda_{g_0}/2$ et que $\lambda_{g_0} = 4,89$ cm, on a :

$$|dD/D| < 0,1/25 = 0,004.$$

Donc :

$$|d\Delta/\Delta| < \frac{4}{1000} + \frac{1,1}{1000} = \frac{5,1}{1000},$$

et

$$|d\delta| = |d\Delta| = 5,1 |\Delta|/1000 < 5,1 \times 6 \times 360^\circ/1000 = 11^\circ.$$

Ce calcul montre que l'erreur absolue sur δ est assez élevée, et cette imprécision peut donc donner une imprécision variable sur la résistance et la réactance suivant la région du diagramme de SMITH où on se trouve. C'est ce qui explique la dispersion

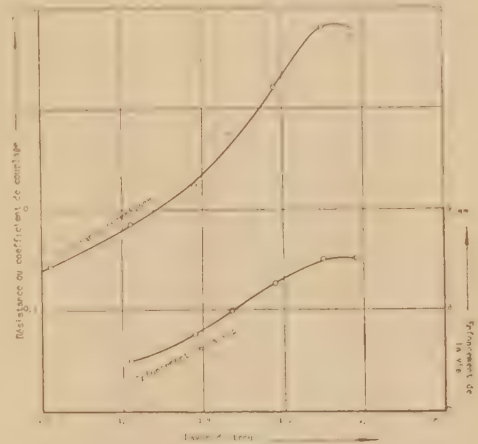


FIG. 2.8. — Résistance normalisée (ou coefficient de couplage et enfoncement de la vis pour le guide standard 10 cm (66,37 x 29,50 x 2 mm) et pour des radiateurs diélectriques de diamètre 49 mm, $\lambda_0 = 9,97$ cm, vis de 9.

assez grande des valeurs des réactances en particulier.

Nous avons effectué des mesures analogues dans la bande de 10 cm, mais n'avons pas rapporté ici le détail des résultats. La figure 2.8 résume ces mesures pour $\lambda_0 = 9,97$ cm.

CHAPITRE III

LES RÉSEAUX DE RADIATEURS DIÉLECTRIQUES

3.1. — Quelques réseaux expérimentaux. —

Nous avons réalisé quelques réseaux d'antennes diélectriques et nous allons les passer en revue. Nous étudierons au chapitre IX quels sont les avantages qu'on peut attendre des antennes diélectriques et des réseaux constitués par ces antennes par rapport aux autres types d'antennes.

Dans certains des réseaux que nous avons réalisés, les intervalles des radiateurs sont voisins de la longueur d'onde guidée λ_{g_0} dans le guide rectangulaire ; nous les avons appelés réseaux normaux (*). Pour d'autres, l'intervalle des radiateurs est inférieur à

(*) D'après les définitions du ch. V, ce sont des réseaux à φ_p constant.

λ_0 et on a prévu des dispositifs de rattrapage de phase pour que les divers radiateurs soient approximativement en phase malgré les déphasages de leurs excitations. Nous les avons appelés réseaux serrés. Dans un réseau serré, on peut avoir un plus grand nombre de radiateurs dans un encombrement donné; tant que les réactions de ces radiateurs les uns sur les autres ne sont pas trop importantes, le réseau serré présente l'avantage d'un encombrement moindre pour un gain donné, d'une bande passante plus large, et de l'absence des lobes secondaires systématiques du facteur de réseau.

a) **Le réseau normal de 28 éléments.** — C'est un réseau pour la bande de 3 cm, à distribution de puissance atténuée sur les extrémités (*), et dont les radiateurs sont espacés de λ_0 (longueur d'onde dans le guide rectangulaire). Son diagramme de rayonnement, donné sur la figure 3.1 a une largeur à



FIG. 3.1. — Diagramme de rayonnement du réseau de la figure 3.4.

demi-puissance d'environ 2° . Ses lobes secondaires ont un niveau assez élevé, trop élevé pour que le réseau soit utilisable pratiquement. Le lobe le plus important n'est en effet qu'à environ 10 dB au-dessous du faisceau principal. Cette photographie de diagramme résulte d'une de nos expérimentations assez anciennes; nous avons depuis modifié la forme des radiateurs diélectriques en tenant compte des expériences rapportées au chapitre I^{er}. Nous donnons cependant cette photographie, car elle met bien en évidence le rôle du facteur de réseau(**); le lobe secondaire situé du côté vers lequel l'énergie se propage dans le guide correspond à un angle θ avec la normale au guide rectangulaire tel que $\sin \theta = \lambda_0 / \lambda_g$; le lobe principal correspond à $\sin \theta = \lambda_0 / \lambda_g = 0$ (approximativement, car l'espacement u des radiateurs est légèrement différent de λ_0), et l'autre lobe secondaire important, situé du côté duquel vient l'énergie le long du guide, correspond à $\sin \theta = \lambda_0 / \lambda_g - 2\lambda_0 / u$. Si l'on fait varier légèrement la fréquence autour de sa valeur moyenne de façon que u traverse la valeur λ_0 le lobe principal et les deux grands lobes secondaires qui l'encadrent

tournent dans le même sens avec des vitesses différentes. Dans l'ordre où nous les avons cités plus haut, le premier lobe secondaire tourne le moins vite, le lobe principal tourne plus vite et le deuxième lobe secondaire encore plus vite; cela correspond exactement aux variations qu'on trouve dans la formule (5-10), du facteur de réseau.

b) **Le réseau normal à 14 éléments.** — La figure 3.2 est une photographie de ce réseau. C'est un réseau pour la bande de 3 cm à distribution de puissance atténuée aux extrémités (*). Les diamètres

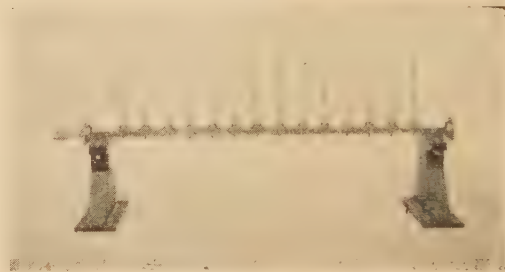


FIG. 3.2. — Réseau de 14 radiateurs diélectriques sur la bande de 3 cm; diamètre du bout 10 mm; espacement λ_g .

des trous de couplage et les enfoncements des vis résultent des courbes expérimentales données au § 2.6, et du tableau I du § 5.17. Il est à remarquer cependant qu'on n'a pas pu donner au dernier trou de couplage exactement le diamètre qu'il aurait fallu, car le guide n'est pas assez large. Aussi le dernier radiateur n'est pas assez couplé et on perd un peu plus dans la charge adaptée terminale; mais cette différence avec ce qui serait théoriquement nécessaire est faible et on n'a pas trouvé de différence sensible au point de vue du diagramme de rayonnement avec ce qu'on attendait.

La comparaison des courbes expérimentales du § 2.6 et du tableau I du § 5.17 montre qu'il faudrait

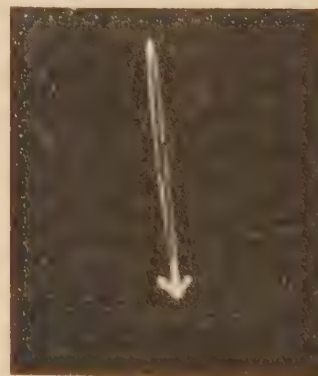


FIG. 3.3. — Diagramme de rayonnement du réseau pour $\lambda = 3.34$ cm.

au moins seize radiateurs pour que les diamètres des divers trous soient respectés.

Il est à remarquer encore que cette antenne est à charge absorbante, et que, pour la calculer, on a

(*) La distribution est 1 : 4 : 1; voir §§ 5.10 et 5.16.

(**) Voir § 5.2.

admis qu'on pouvait perdre 5 % de la puissance dans cette charge. Des mesures (*) ont montré qu'on en perd pratiquement moins.

Le diagramme de rayonnement de cette antenne pour $\lambda = 3,34$ cm est représenté sur la figure 3.3. On constate que les lobes secondaires sont à environ 15 dB au-dessous du lobe principal, et que la largeur du faisceau à demi-puissance est de 3° . Le diagramme représenté est une photographie prise avec notre appareil de relevé des diagrammes d'antennes première version (§ 4.5).

c) **Le réseau serré à 14 éléments.** La photographie de la figure 3.4 montre un réseau de radiateurs diélectriques dont les intervalles sont $u = \lambda_0/2$. Pour que le réseau soit cependant à rayonnement latéral, on a dû trouver un moyen de ramener les radiateurs à être en phase bien que deux



FIG. 3.4. — Réseau de 14 radiateurs diélectriques sur la bande de 3 cm ; espacement $\lambda_0/2$.

radiateurs consécutifs soient alimentés en opposition de phase. Pour cela les embases des radiateurs sont constituées par des guides circulaires de deux diamètres différents suivant que le radiateur est d'ordre pair ou impair. On profite de ce que la longueur d'onde guidée est plus grande dans le guide cylindrique de faible diamètre pour rattraper le déphasage dû au guide rectangulaire d'alimentation.

Tous les calculs nécessaires à la détermination de ce réseau seront donnés au § 5.8. Le diagramme de rayonnement de ce réseau est plus large que le diagramme du réseau normal de quatorze radiateurs, mais son gain est inférieur de peu, bien que l'encombrement soit moindre.

3.2. — L'association d'un réseau rectiligne d'antennes diélectriques avec un réflecteur cylindrique. — D'une façon générale, lorsqu'on associe en réseau rectiligne un certain nombre de radiateurs, on obtient une antenne directive dans les plans qui passent par la ligne du réseau. Quand on a voulu avoir un faisceau en pinceau, c'est-à-dire fin dans deux plans perpendiculaires, on a disposé dans certains cas plusieurs réseaux semblables parallèlement entre eux ; cette superposition augmente la directivité dans le plan perpendiculaire aux réseaux.

Dans le cas des réseaux d'antennes diélectriques

alimentés par des guides d'ondes, il est assez difficile en pratique de répartir convenablement l'énergie entre plusieurs réseaux, surtout si la répartition déterminée doit se maintenir sur une certaine bande de fréquences. Ce sont ces considérations qui nous ont conduit à tenter l'association d'un réseau linéaire d'antennes diélectriques avec un réflecteur en forme de cylindre parabolique, bien qu'à première vue il semble difficile de focaliser convenablement des radiateurs qui ont une longueur non négligeable vis-à-vis de la distance focale du réflecteur.

Avant de nous lancer dans des constructions plus onéreuses, nous avons fait l'essai de l'association d'un radiateur diélectrique unique de la bande de 3 cm avec un réflecteur parabolique cylindrique. Par précaution, nous avons construit des réflecteurs décalés (**), afin que le faisceau du réflecteur ne soit pas troublé par la présence, dans son centre, du radiateur diélectrique et des parties métalliques qui l'accompagnent. Pour réaliser commodément à l'unité ces réflecteurs expérimentaux avec une bonne précision, nous avons adopté la construction en lames. La figure 3.5 représente les deux réflecteurs

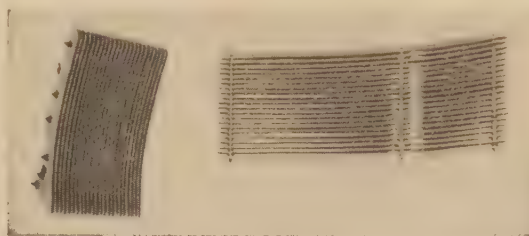


FIG. 3.5. — Deux réflecteurs à lames expérimentaux pour la bande de 3 cm.

que nous avons construits. Les lames doivent être parallèles à la polarisation. L'espacement a été déter-

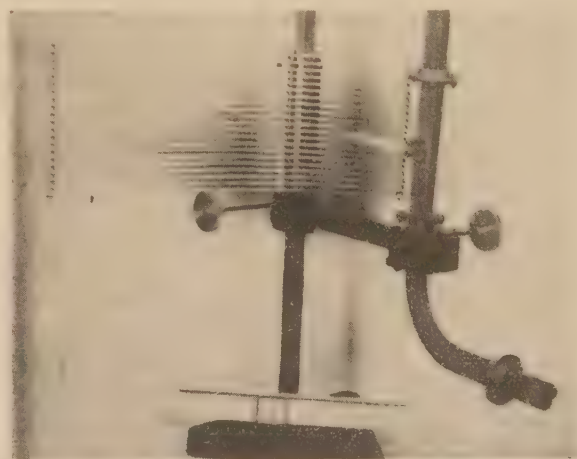


FIG. 3.6. — Montage pour l'expérimentation de l'assemblage d'un radiateur diélectrique et d'un réflecteur.

miné d'après les courbes de la figure 12.18 de l'ouvrage de SILVER [10]. Nous avons fait le montage représenté sur la figure 3.6 dans lequel, au moyen

(*) Ces mesures ont été effectuées avec la boîte de contrôle TS-33/AP (fig. 4.13).

(**) Dans ces réflecteurs, on ne conserve de la parabole

section droite qu'un arc ne contenant pas le sommet ; ainsi, la source, qui est au foyer, est en dehors du faisceau réfléchi.

d'un support à crémaillère, on peut déplacer le radiateur perpendiculairement au réflecteur. En déplaçant ainsi le radiateur, on a trouvé que la meilleure focalisation, c'est-à-dire le faisceau le plus étroit, s'obtient lorsque c'est la base du radiateur qui est située sur la ligne focale du réflecteur. Signalons au passage que les lobes secondaires sont négligeables dans le plan des lames du réflecteur. L'ouverture du réflecteur le plus grand a été déterminée pour recueillir toute la partie utile du rayonnement. Le réflecteur le plus petit a été construit pour savoir si on pouvait réduire cette ouverture ; mais on a constaté qu'en l'utilisant on perd de l'énergie au delà de son bord supérieur et de son bord inférieur, car on trouve deux directions de rayonnement « arrière » qui correspondent à ces bords.

Il est à remarquer que, dans l'association d'un radiateur diélectrique à un réflecteur parabolique cylindrique, le fait d'employer un radiateur diélectrique n'augmente pas la directivité du système dans le plan perpendiculaire à la ligne focale du réflecteur ; la directivité correspond seulement à l'ouverture du réflecteur. Au contraire, dans le plan de la ligne focale, le réflecteur cylindrique se comporte comme un miroir plan et la directivité et le gain propres du radiateur diélectrique sont conservés ; et de même la directivité et le gain propres du réseau linéaire d'antennes diélectriques placé suivant la ligne focale d'un réflecteur cylindrique seront conservés à la condition que le réflecteur soit plus long que le réseau, de façon à le dépasser à chaque extrémité d'une longueur suffisante pour recueillir tout le rayonnement utile des derniers radiateurs.

Pour les essais préliminaires dont nous venons de parler, nous avons utilisé nos radiateurs diélectriques alimentés par un couplage du type de celui de MALLACH ; la polarisation d'un réseau rectiligne formé par ces radiateurs serait alors perpendiculaire aux génératrices du réflecteur cylindrique. C'est ce qui explique la disposition des lames des réflecteurs de la figure 3.6. Après ces essais, nous avons utilisé nos couplages dans le grand côté du guide d'onde ; la polarisation pour un réseau rectiligne associé à un réflecteur parabolique est alors parallèle aux génératrices du cylindre. Nous avons ainsi construit le réflecteur en cylindre parabolique de la figure 3.7 au moyen de tubes rectangulaires fixés sur des supports paraboliques. L'expérience a montré que ce genre de réflecteur fonctionne aussi convenablement. Ce réflecteur est destiné à être associé au réseau de 28 radiateurs.

L'expérience a bien confirmé que la diagramme dans le plan passant par la ligne focale du cylindre est bien, pour l'antenne complète constituée par le



FIG. 3.7. — Association d'un réseau d'antennes diélectriques avec un réflecteur.

réseau de 28 radiateurs associés au réflecteur cylindrique, le même que pour le réseau de 28 radiateurs seul.

Nous avons aussi fait sur la bande de 10 cm des essais de même nature qui justifient l'emploi des réflecteurs en cylindres paraboliques associés à des réseaux linéaires de radiateurs diélectriques.

CHAPITRE IV

LES APPAREILS DE MESURE

Nous avons eu à utiliser deux catégories d'appareils de mesure : ceux qui ont servi à étudier la circuiterie hyperfréquence, et ceux qui ont permis de construire les diagrammes de rayonnement. Nous les passerons successivement en revue en insistant sur les détails qui ont exigé une mise au point délicate.

4.1. — Le banc de mesure des ondes stationnaires pour la bande de 3 cm.

La figure 4.1 est le schéma d'ensemble du banc de mesure des ondes stationnaires sur 3 cm. Tous les éléments hyperfréquences de ce banc de mesure, sauf le générateur et le cristal, ont été construits par notre laboratoire.

La figure 4.2 est une photographie de l'ensemble du banc de mesure. Nous allons passer en revue ses divers éléments.



FIG. 4.1. — Banc de mesure des ondes stationnaires pour la bande de 3 cm (schéma d'ensemble).



FIG. 4.2. — Banc de mesure des ondes stationnaires pour la bande de 3 cm. On y remarque de gauche à droite, l'alimentation du klystron, le piston de court-circuit, le boîtier qui contient le klystron, l'ondemètre monté en absorption, la ligne à fente, un tronçon de guide standard, un radiateur diélectrique à l'étude, et un autre piston de court-circuit. Au-dessous et à droite, le galvanomètre.

a) Le générateur et son alimentation. — Le générateur utilisé est un klystron KR 331 de la



FIG. 4.3. — Klystron KR 331 de la C. S. F.

C. S. F. (fig. 4.3) que nous avons fait fonctionner pour la plupart des mesures à la fréquence de



FIG. 4.4. — Jonction guide fiche 3 cm.

8980 Mc/s, c'est-à-dire avec $\lambda = 3,34$ cm. Il a une sortie coaxiale sur laquelle on adapte un câble coaxial souple, et ce câble est branché à l'autre extrémité, par une fiche hyperfréquence (fiche que nous avons mise au point en nous inspirant de modèles américains), sur une jonction guide-coaxial (fig. 4.4) que nous avons aussi mise au point.

Les tensions de fonctionnement du klystron sont fournies par une alimentation construite suivant nos indications. La figure 4.5 en donne le schéma d'ensemble, et la figure 4.6 la photographie. La cavité du klystron est à la masse et elle forme l'anode ; sa cathode est à $-1\ 300$ volts ; la grille est à la tension de la cathode, et la tension du réflecteur peut varier de 0 à -300 volts par rapport à la cathode. Le filament est chauffé sous 6,3 volts par un enroulement suffisamment bien isolé du transformateur. L'alimentation est pourvue d'un générateur de signaux carrés qu'on peut appliquer sur le réflecteur du klystron ; mais ces circuits n'ont pas été utilisés dans nos expériences, car le courant cristal détecté était directement lu sur le galvanomètre sans aucune

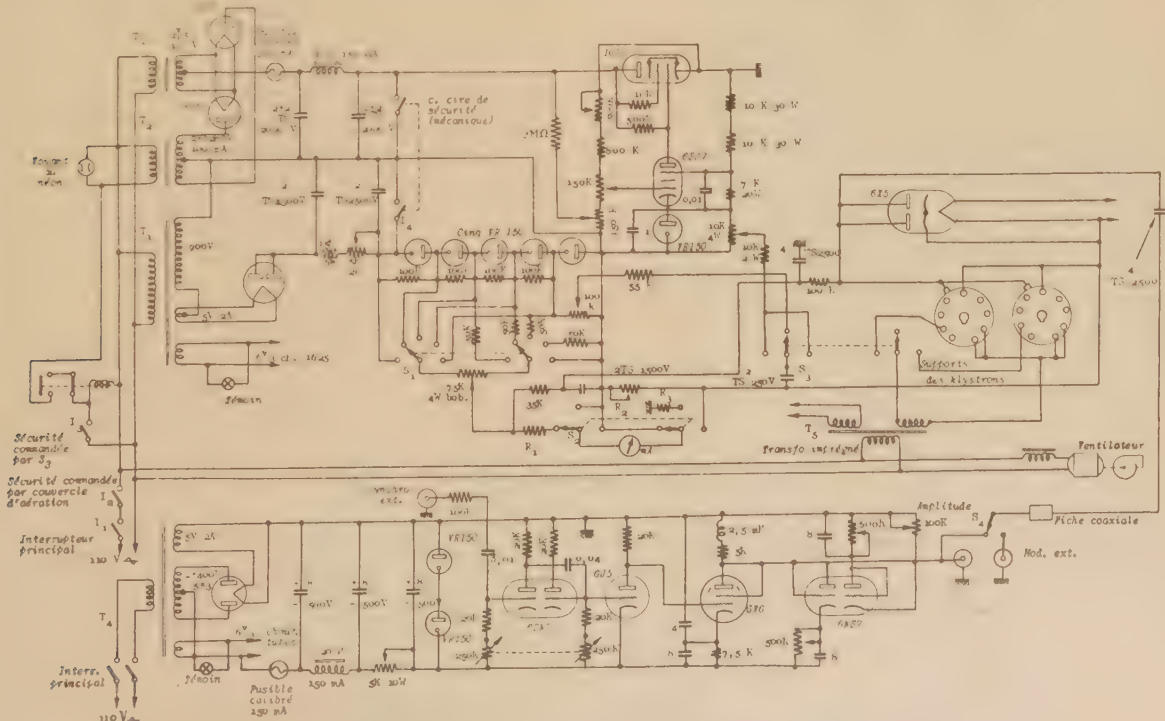


FIG. 4.5. — Schéma de l'alimentation des klystrons à haute tension (2 K 39, KR 331 pour $\lambda = 3$ cm ; 2 K 41 ou WL 417 Sperry pour $\lambda = 10$ cm).

amplification ; nous avons ainsi pu fonctionner en ondes entretenues pures.

La puissance fournie par le klystron est d'environ 300 mW.

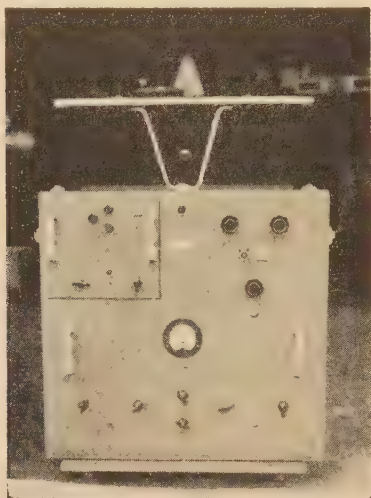


FIG. 4.6. — Alimentation de klystron à 1 000 volts.

b) **Atténuateur variable.** — Afin d'éviter les réactions des charges variables sur le régime du klystron, on dispose immédiatement après lui un atténuateur, et pour pouvoir faire varier à volonté

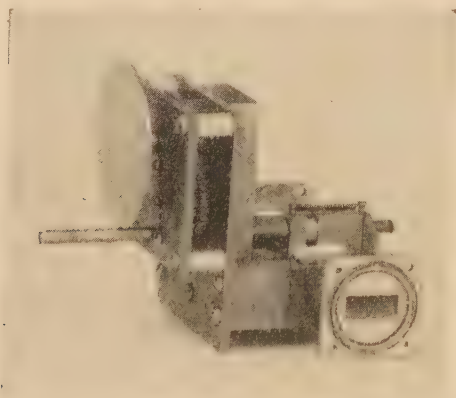


FIG. 4.7. — Atténuateur variable 3 cm.

l'atténuation, nous avons utilisé un atténuateur à lame résistive. Par rotation d'un bouton, on déplace une lame résistive parallèlement au grand côté du guide d'onde, ce qui fait varier l'atténuation. La photographie de la figure 4.7 représente cet atténuateur.

c) **Ondemètre.** — L'ondemètre que nous avons utilisé est une copie, réalisée par nous, de l'ondemètre américain TFX-30. C'est une cavité cylindrique fonctionnant dans le mode TE_{011} qui permet d'utiliser un piston sans contact. Le couplage est assuré par un orifice percé dans un élément de guide d'onde qui fait partie de la ligne de transmission. Cet ondemètre se monte en absorption. Le couplage se règle par l'enfoncement d'une vis placée dans le guide en face de l'iris de couplage. L'adaptation de l'élément de ligne qui porte l'ondemètre s'effectue au

moyen d'un iris placé sur le guide rectangulaire. La bande couverte par cet ondemètre est de 8 500 Mc/s à 9 500 Mc/s ; nous l'avons étalonné sur l'ondemètre américain TS/33-AP entre 8 700 Mc/s et 9 500 Mc/s, et on peut admettre que la précision relative de nos mesures de fréquence est de $5 \cdot 10^{-4}$, alors que par lui-même l'ondemètre est plus précis. La figure 4.8 est une photographie de cet ondemètre.

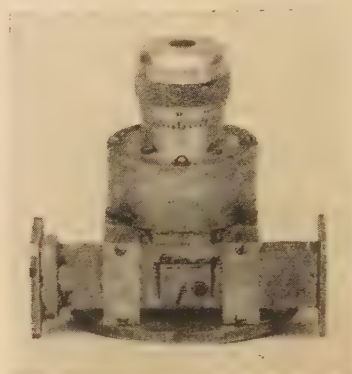


FIG. 4.8. — Ondemètre 3 cm.

d) **Atténuateur fixe.** — Il fait partie d'une série d'atténuateurs fixes que nous avons construits dans le but d'obtenir des atténuateurs adaptés de diverses valeurs (fig. 4.9) ; son atténuation est de 6 dB et le



FIG. 4.9. — Atténuateur fixe 3 cm.

taux d'onde stationnaire qu'il introduit est de l'ordre de 1,05 quand il a derrière lui une charge analogue à celle que constitue le générateur. Il est indispensable que cet atténuateur, placé juste avant la ligne à fente, donne aussi peu de réflexion que possible, car, dans le cas contraire, un grand enfoncement de la sonde produirait une sorte de cavité résonnante entre elle et l'atténuateur, et elle modifierait la figure d'onde stationnaire produite par la charge à étudier ; les mesures seraient faussées à moins qu'on n'utilise que des enfoncements de sonde très faibles ; mais les mesures dans ce cas seraient très imprécises.

f) **Ligne à fente.** — Elle est constituée par une portion de guide d'onde percé d'une fente longitudi-

nale dans son grand côté, et, à travers cette fente, passe une tige fine qui constitue le conducteur central d'un coaxial couplé à un cristal détecteur. La construction de cette ligne (fig. 4.10) nous a posé de nombreux problèmes. Nous n'insisterons pas ici

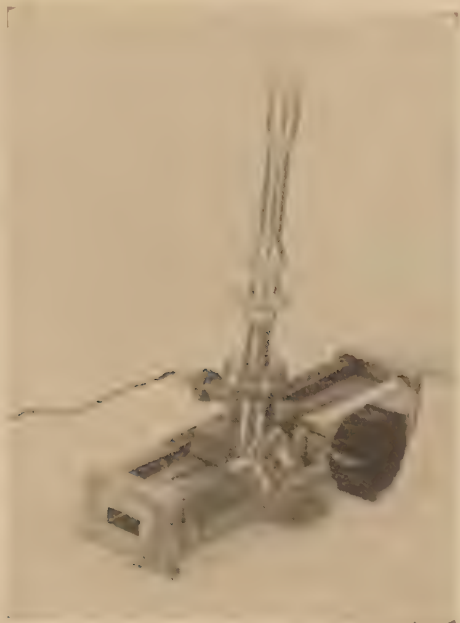


FIG. 4.10. — Ligne à fente pour la mesure du taux d'onde stationnaire sur la bande de 3 cm.

sur leur résolution. Disons seulement que la longueur de la fente est de 160 mm, soit de 4 longueurs d'ondes guidées environ. La sonde peut s'enfoncer de 0 à 6 mm et on peut accorder le cristal au moyen d'un piston. Le cristal 1 N 23 est couplé à la ligne coaxiale de la sonde par une boucle et la sortie du courant redressé s'effectue sur une fiche coaxiale hyperfréquence. Le fait que cette fiche est une fiche hyperfréquence ne nous a pas servi, mais, dans certains montages, on peut être amené à supprimer le cristal et à transporter l'onde hyperfréquence ailleurs. Dans nos expériences, le câble qui sort du cristal aboutit au galvanomètre. On a été conduit à placer sur ce câble soit un piège à hyperfréquences, soit un absorbeur à fer divisé pour éviter que le rayonnement des radiateurs mesurés ne vienne troubler la lecture du courant de la sonde.

g) **Galvanomètre.** — Nous avons utilisé l'un ou l'autre des deux galvanomètres suivants :

- a) galvanomètre A. O. I. P.,
- b) galvanomètre CHAUVIN-ARNOUX.

h) **Terminaison adaptée.** — Elle est constituée par un coin de bois dur séché à l'étuve, puis recouvert d'une couche de vernis graphité que l'on cuit vers 180°, et enfin revêtu d'une couche de vernis incolore. Le taux d'onde stationnaire de cette terminaison est inférieur à 1,05. La figure 4.11 est une photographie de cette terminaison adaptée.

i) **Piston de court-circuit.** — Nous avons eu besoin aussi de terminer les réseaux d'antennes sur



FIG. 4.11. — Terminaison adaptée basse puissance pour la bande de 3 cm.

des courts-circuits variables. Nous avons utilisé les pistons sans contact de la figure 4.12, conçus par nous et construits pour nous, par la Société A.M.E.P.



FIG. 4.12. — Piston de court-circuit sans contact pour la bande de 3 cm.

4.2. — **Boîte de contrôle TS-33/AP.** — Afin de vérifier que la puissance restante après le dernier radiateur d'un réseau est bien celle qui était prévue, nous avons utilisé le pont à thermistor d'une boîte de contrôle américaine TS-33/AP (fig. 4.13).



FIG. 4.13. — Boîte de contrôle TS-33/AP.

4.3. **Le banc de mesure des ondes stationnaires sur 10 cm.** — Le schéma d'ensemble du banc de mesure sur la bande de 10 cm est représenté sur la figure 4.14.

Tous les éléments de ce banc de mesure, excepté le générateur, l'ondemètre et le galvanomètre, ont été construits par nous. La figure 4.15 est une photographie de l'ensemble de ce banc de mesure, la charge à mesurer étant un radiateur diélectrique cylindroconique de polythène.

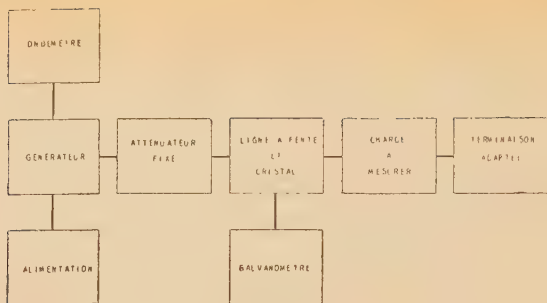


FIG. 4.14. — Banc de mesure des ondes stationnaires pour la bande de 10 cm (schéma d'ensemble).

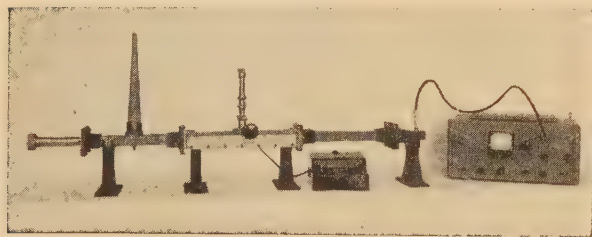


FIG. 4.15. — Banc de mesure des ondes stationnaires pour la bande de 10 cm. On y remarque, de droite à gauche, une alimentation de klystron, un couplage guide-fiche, un atténuateur fixe (et, au-dessous, un galvanomètre), une ligne à fente, un radiateur diélectrique à l'étude et un piston de court-circuit.

a) **Le générateur et son alimentation.** — Le générateur est un klystron américain Sperry WL-417-A. Ce générateur peut être accordé à l'aide de trois vis pour l'accord grossier et d'un levier pour l'accord précis sur une gamme de fréquences qui s'étend de 2 660 à 3 310 Mc/s.

Les tensions qu'il nécessite pour fournir une puissance d'environ 200 mW sont de -450 volts pour sa cathode, $+20$ V pour sa grille par rapport à sa

cathode, et 0 à -350 V pour son réflecteur au-dessous de sa cathode. L'alimentation qui fournit ces tensions a été construite par nous ; son schéma d'ensemble est représenté sur la figure 4.16 et on voit sa photographie sur la figure 4.15 et sur la figure 4.17. L'alimentation utilisée dans la gamme de

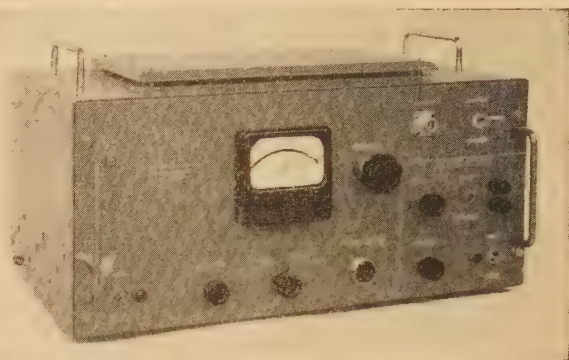


FIG. 4.17. — Alimentation d'émission pour les diagrammes d'antennes (c'est celle qu'on voit aussi sur les figures 4-2 et 4-15).

3 cm et représentée sur les figures 4.5 et 4.6 a été prévue pour alimenter aussi un klystron SPERRY à haute tension (-1000 V de tension de cavité) de façon à lui faire fournir une puissance de 500 mW environ.

Le klystron SPERRY WL-417-A possède deux sorties ; l'une d'elle est connectée à l'atténuateur fixe, et l'autre à l'ondemètre, mais on aura soin de désaccorder ou même de déconnecter l'ondemètre pendant les mesures afin d'éviter que la puissance soit absorbée par l'ondemètre, et que celui-ci réagisse sur les mesures.

Le klystron est connecté à l'atténuateur par un

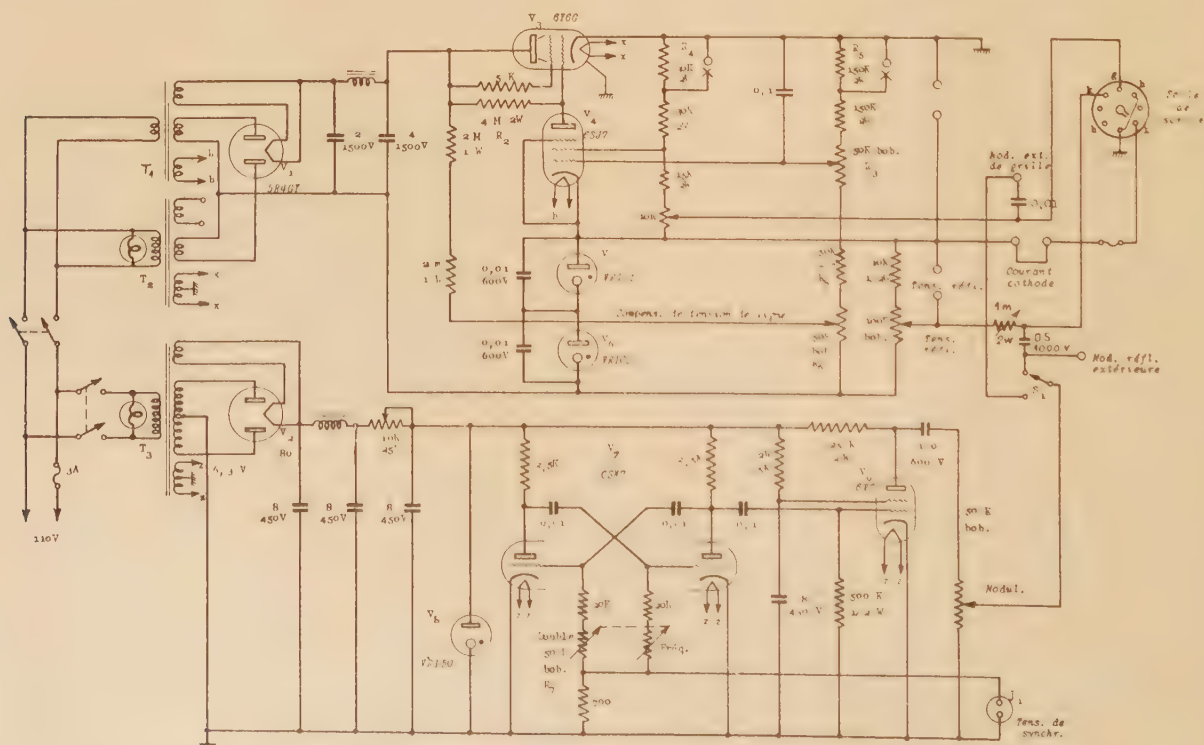


FIG. 4.16. — Schéma de l'alimentation des klystrons à 500 volts. Toutes les résistances sont exprimées en ohms et les capacités en microfarads sauf indication contraire.

câble coaxial terminé vers le klystron par une fiche SPERRY et vers l'atténuateur par une fiche hyperfréquence. Cette fiche hyperfréquence est branchée sur une jonction guide-coaxial que nous avons construite. La jonction guide-coaxial est réunie par sa sortie sur guide avec l'atténuateur fixe.

b) **Atténuateur fixe.** — Les expériences sur la bande de 3 cm nous ont permis de choisir du premier coup la valeur convenable d'atténuation qu'il convient de prendre pour le banc de mesure, et de cons-



FIG. 4-18. — Atténuateur fixe 10 cm.

truire, presque sans tâtonnement, un atténuateur fixe à lame résistive sur guide qui soit adapté. L'atténuateur construit a une atténuation de 6 dB. La figure 4.18 en donne une photographie.

c) **Ligne à fente.** — Nous avons construit cette ligne en tenant compte des enseignements de la bande de 3 cm. Sa fente a une longueur de 30 cm, c'est-à-dire de 6 longueurs d'onde guidées, et on peut voir environ trois maxima et trois minima pour $\lambda = 10$ cm. Le cristal 1N21 ou 1N23 est couplé par une boucle à la ligne coaxiale de la sonde et



FIG. 4-19. — Ligne de mesure des ondes stationnaires sur guide 10 cm (66,4 × 29,5 mm intér.).

un piston permet de l'accorder sur la fréquence de la mesure. La sortie du cristal s'effectue par une fiche hyperfréquence sur un câble coaxial souple, pour les mêmes raisons que dans la ligne sur 3 cm, et on y a prévu les mêmes pièges hyperfréquences. La figure 4.19 montre une photographie de cette ligne à fente.

d) **Le galvanomètre.** — On a utilisé les mêmes

galvanomètres que ceux qu'on a indiqués au § 4.1g pour le banc de mesure sur 3 cm.

e) **L'ondemètre.** — L'ondemètre utilisé pour la bande de 10 cm est un ondemètre à cavité L. C. T. fonctionnant dans le mode TM_{01} coupure. Sa bande de fréquences est de 2 700 à 3 300 Mc/s ou, en longueurs d'ondes : de 9,2 à 11 cm. Sa précision relative est de $5 \cdot 10^{-4}$.

f) **Terminaison adaptée.** — Nous avons construit une terminaison adaptée formée d'un coin de bois desséché à l'étuve et recouvert d'une couche de vernis au graphite cuit à 180° ; le tout est ensuite



FIG. 4-20. — Terminaison adaptée 10 cm.

recouvert d'un vernis imperméable. Dans la base du coin sont percés deux logements qu'on a garnis de poudre de fer divisé. Ce coin est placé dans le guide standard utilisé. La figure 4.20 représente cette terminaison adaptée.

4.4. — **L'étude des diagrammes de rayonnement.** — Tous les appareils précédents ont servi à adapter les couplages des radiateurs diélectriques sur le guide d'onde, et à assurer la distribution de la puissance dans un réseau formé de ces radiateurs. Il reste maintenant à vérifier d'une part que le diagramme de rayonnement du radiateur isolé est approximativement celui qu'on a prévu, d'autre part que le réseau, une fois construit, fournit bien le faisceau voulu avec des lobes secondaires au-dessous du niveau qu'on s'est fixé, et enfin que l'association du réseau linéaire de radiateurs diélectriques et du réflecteur fournit le faisceau prévu dans le plan perpendiculaire au réseau.

On démontre [8] que, pourvu que les antennes d'émission et de réception soient adaptées sur leurs lignes de transmission respectives, le diagramme de rayonnement d'une antenne est le même, que l'antenne soit étudiée à l'émission ou à la réception.

Nous avons toujours étudié les diagrammes de rayonnement à la réception et nous avons utilisé pour cela deux méthodes ; l'une consiste à faire un relevé point par point, l'autre à faire un tracé continu du diagramme. La première est beaucoup plus précise, et elle donne un diagramme théoriquement exact indépendamment des amplificateurs et appareils de mesure utilisés, si on se sert d'un atténuateur hyperfréquence à l'entrée pour ramener la lecture toujours à la même graduation. La deuxième consiste à faire tracer le diagramme polaire de rayonnement sur un tube cathodique par le spot, et à observer ou photographier ce diagramme.

Nous allons décrire deux versions d'un appareil

d'enregistrement de diagramme que nous avons construit : la deuxième version contient en plus un appareil à aiguille qui permet, si on le désire, de faire le relevé des diagrammes point par point.

4.5. — Première version de l'appareil d'enregistrement des diagrammes de rayonnement.

L'antenne est étudiée à la réception. On place un émetteur réglé sur la fréquence voulue à une distance de l'antenne à étudier au moins égale à $(D_1 + D_2)/\lambda$, D_1 et D_2 étant les ouvertures respectives des antennes d'émission et de réception, λ étant la longueur d'onde ; dans ces conditions, l'onde arrivant sur l'antenne de réception est plane avec une erreur de phase inférieure à $2\pi/16$ radians. Les erreurs sur la puissance reçue dans les diverses directions sont alors inférieures à 5 % [14]. L'émission est modulée par tout ou rien à une fréquence de 3 000 c/s et cette modulation est ramenée par un câble coaxial jusqu'au meuble de réception. L'antenne de réception (antenne à étudier) est fixée sur une planchette qu'on peut faire tourner à la main autour d'un axe vertical. Le signal reçu est détecté par un cristal et amplifié par un amplificateur à basse fréquence, accordé sur la fréquence de modulation 3 000 c/s. La planchette, dans sa rotation, entraîne le rotor d'un selsyn (ou synchrotransformateur) et la sortie de l'amplificateur basse fréquence passe dans ce rotor. Les deux enroulements du stator, disposés à angle droit, attaquent, par l'intermédiaire de quatre tubes amplificateurs de puissance, les bobines de déviation d'un tube cathodique à déviation magnétique. Si le système se bornait à ce montage, l'écran du tube cathodique présenterait une trace rectiligne tournant à la même vitesse que la planchette et ayant une amplitude proportionnelle à la puissance reçue dans la direction correspondante. Mais, au moyen de la modulation qui vient de l'émetteur, on déclenche d'abord un multivibrateur de retard variable, qui donne un créneau rectangulaire dont on peut faire varier la largeur au moyen d'un potentiomètre, et ensuite un oscillateur bloqué qui produit une impulsion négative sur la cathode du tube cathodique.

Au moyen de ces circuits, on ne conserve de la trace sur l'écran qu'un point lumineux qu'on peut amener à l'extrémité de la trace au moyen du retard réglable. On obtient ainsi sur l'écran un point lumineux qui décrit le diagramme quand l'antenne tourne. La figure 4.21 représente le schéma d'ensemble de cet appareil. On a prévu une chambre noire en forme de parallélépipède sur laquelle on peut placer un appareil photographique ; on laisse l'obturateur ouvert pendant une rotation complète de l'antenne effectuée en 1 minute environ. C'est avec cette première version que nous avons fait les premières photographies de diagramme.

L'appareil que nous venons de décrire présente les inconvénients suivants :

1° On est obligé de moduler l'émetteur en signaux carrés et de ramener la modulation par un câble

coaxial jusqu'au récepteur. Comme tous nos premiers essais ont été faits avec une installation volante qu'on rentrait après chaque expérimentation, ce

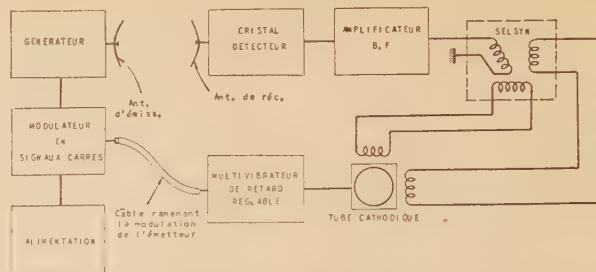


FIG. 4.21. — Schéma d'ensemble de l'appareil d'étude des diagrammes d'antennes (1^{re} version).

câble était une source de pannes, car certains véhicules pouvaient le détériorer et d'autre part les contacts aux entrées des châssis laissaient à désirer, à la longue.

2° L'inconvénient le plus grave est que, suivant l'orientation de l'antenne, on peut recevoir sur le cristal des signaux d'intensités très différentes. La caractéristique du cristal est bien parabolique tant que la puissance reçue reste inférieure à 10 μ W environ, mais elle devient peu à peu linéaire quand cette puissance augmente. Un étalonnage du cristal serait illusoire, car la caractéristique peut varier beaucoup d'un cristal à l'autre, et, pour un même cristal, elle peut changer sensiblement au cours du temps.

4.6. — Deuxième version de l'appareil d'enregistrement des diagrammes de rayonnement.

La figure 4.22 est le schéma d'ensemble de cette deuxième version.

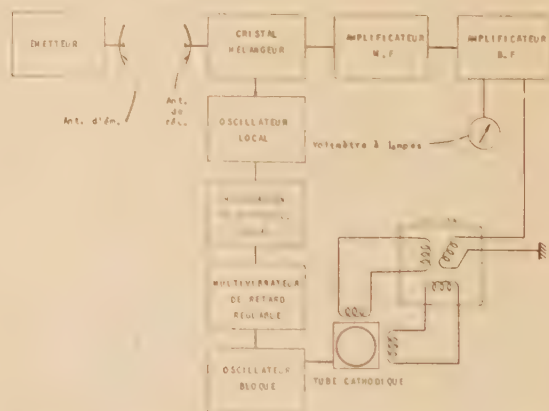


FIG. 4.22. — Schéma d'ensemble de l'appareil d'étude des diagrammes d'antennes (2^e version).

Comme émetteur, on utilise, un klystron 723 A/B pour la bande de 3 cm ou un klystron 726 ou SPERRY WL 417 sur la bande de 10 cm alimentés par une alimentation stabilisée de klystron. Cette alimentation est inspirée de l'alimentation américaine TVX-7BL présentée dans l'ouvrage de MONTGOMERY [12]. On en voit le schéma sur la figure 4.16 et la photographie sur la figure 4.17.

Quand on travaille sur la bande de 3 cm, on utilise

comme antenne d'émission un cornet rectangulaire qu'on peut faire tourner pour qu'il fonctionne en polarisation soit horizontale, soit verticale. Quand



FIG. 4-23. — Antennes utilisées à l'émission pour l'étude des diagrammes d'antennes ; l'antenne à réflecteur parabolique (diam. 70 cm environ) est utilisée pour la bande de 10 cm, le cornet, pour la bande de 3 cm.

on travaille sur la bande de 10 cm, l'antenne d'émission est un réflecteur parabolique circulaire alimenté par un doublet à réflecteur. Ces deux antennes sont représentées sur la figure 4.23.

L'émission est faite en onde entretenue pure.

L'antenne de réception est montée sur un support entraîné par un moteur électrique qui peut tourner autour d'un axe vertical. Sa rotation entraîne celle du selsyn, soit en prise directe, soit à volonté avec une démultiplication. Cette démultiplication est prévue pour le cas où le faisceau de l'antenne à étudier est très fin ; elle permettra d'élargir sa représentation. Le rapport de démultiplication est de 10. La rotation de l'antenne est alternative afin de ne pas enrouler indéfiniment les câbles autour du support. On voit l'ensemble de ce montage en photographie sur la figure 4.24 et sous forme de dessin sur la figure 4.25.



FIG. 4-24. — Tête tournante de l'appareil récepteur des diagrammes d'antennes.

Sur 3 cm, on a construit la tête hyperfréquence de la figure 4.26, qui contient le cristal et l'oscillateur local, klystron américain 723 A/B. Cette tête hyperfréquence se fixe sur le guide d'onde de sortie de

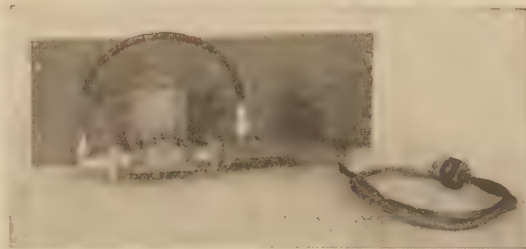


FIG. 4-26. — Tête HIF 3 cm pour l'appareil récepteur des diagrammes d'antennes.

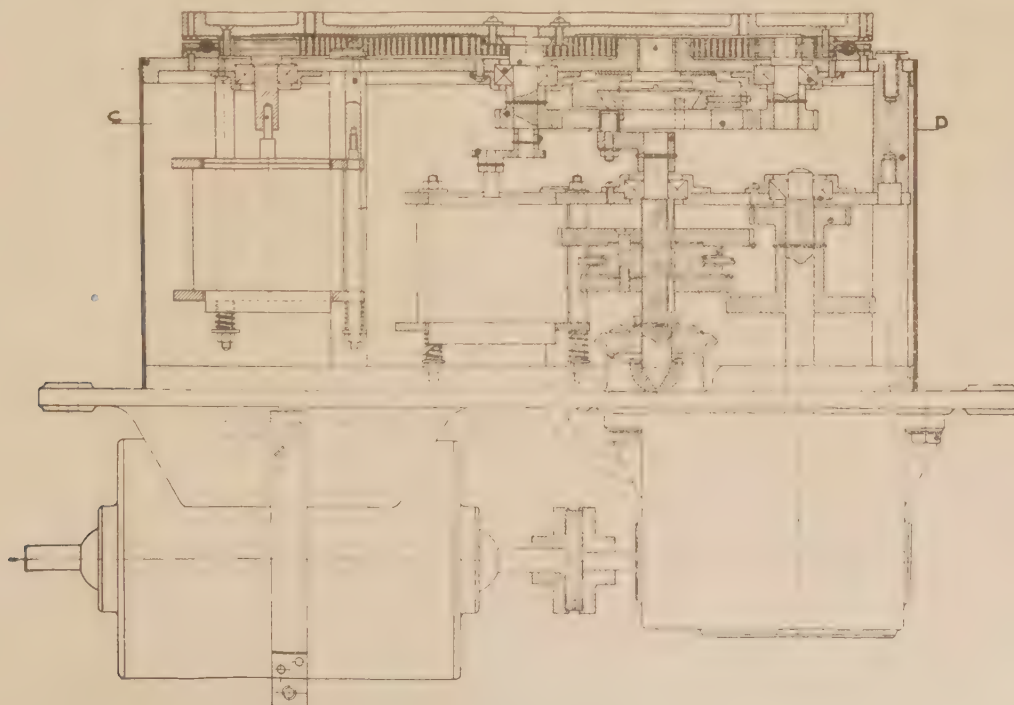


FIG. 4-25. — Coupe de la tête tournante.

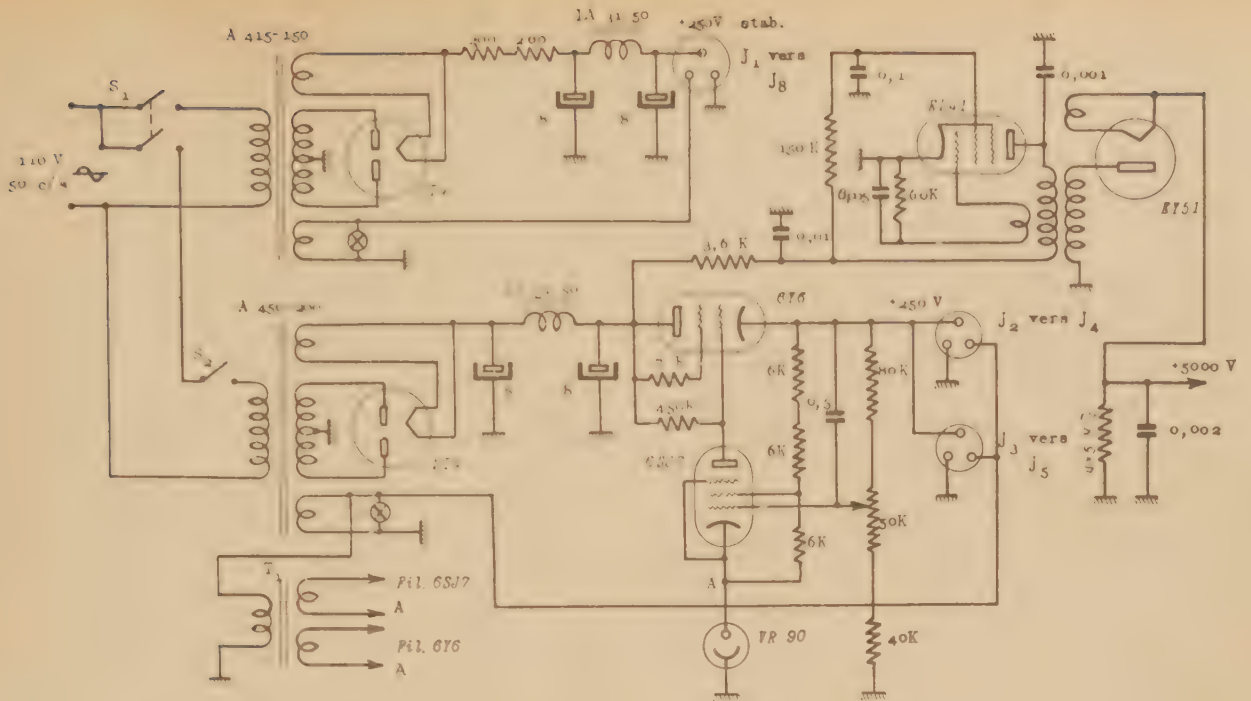


Fig. 4-29. Schéma de l'alimentation du châssis indicateur.

Toutes les résistances sont exprimées en ohms et les capacités en microfarads sauf indication contraire.

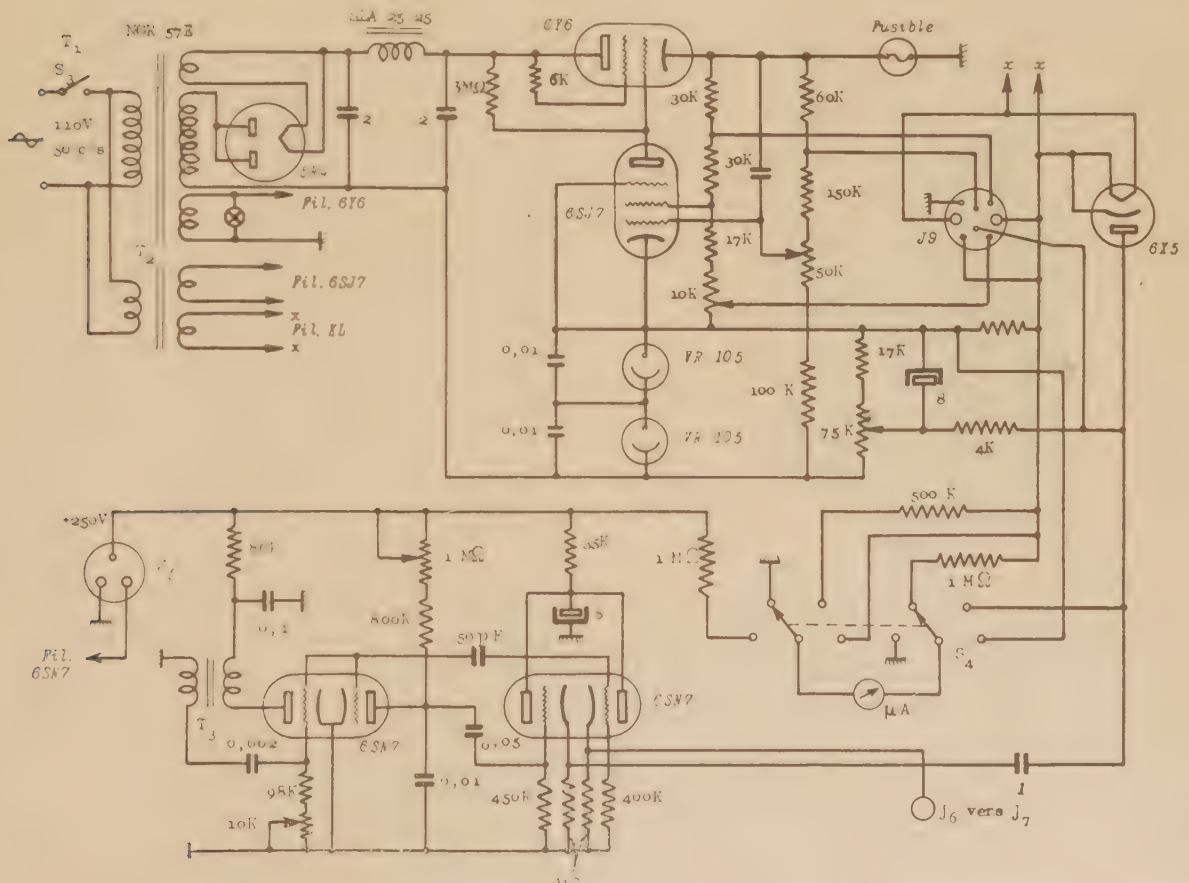


FIG. 4-30. — Schéma de l'alimentation de l'oscillateur local.

Toutes les résistances sont exprimées en ohms et les capacités en microfarads sauf indication contraire.

de l'atténuateur calibré de la tête H. F. (fig. 4.27).

Les figures 4.28, 4.29 et 4.30 représentent respectivement les schémas du châssis indicateur, de son alimentation et de l'alimentation du klystron oscillateur local avec son circuit de modulation en dents de scie.

On a prévu un dispositif pour photographier les diagrammes obtenus sur le tube cathodique.

La figure 4.31 est une photographie du meuble de réception complet.

4.7. — Utilisation. — C'est avec l'une ou l'autre des deux versions de cet appareil enregistreur de diagrammes que nous avons étudié les diagrammes de rayonnement des chapitres I et III. De toute façon, il faut prendre la précaution de s'installer sur un terrain bien dégagé, car la présence d'obstacles divers, tels que murs ou arbres, peut donner des diagrammes erronés. L'emplacement idéal, pour une telle installation, semble être une grande terrasse bien dégagée ou un terrain très plat comme un stade ou un aérodrome. La plupart de nos diagrammes ont été relevés sur un terrain d'aviation des environs de Paris.



FIG. 4-31. — Ensemble du meuble de réception de l'installation pour l'étude des diagrammes d'antennes. Le diagramme est décrit par un « point lumineux » sur le tube cathodique à mesure que l'antenne tourne.

(*) Au point de vue expérimental, nous avons étudié les couplages des radiateurs diélectriques sur les guides d'ondes et tracé expérimentalement toutes les courbes nécessaires à la construction des réseaux. Nous avons dû mettre au point, pour cela, la plupart des appareils de mesure utilisés. Nous avons ensuite étudié les diagrammes de rayonnement de divers radiateurs diélectriques et de divers réseaux et pour cela nous avons été amené à construire divers appareils et en particulier l'appareil de relevé des diagrammes, qui paraît présenter une bonne part d'originalité.

DEUXIÈME PARTIE

CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

CHAPITRE V

LES RÉSEAUX ÉLECTROMAGNÉTIQUES ALIMENTÉS PAR UN GUIDE D'ONDE RECTILIGNE

Ce chapitre forme un article assez indépendant du reste de notre étude, mais les résultats qui y sont exposés ont servi de base aux considérations sur les réseaux que nous avons utilisées dans toute la partie théorique. Ils forment d'ailleurs une base pour l'étude de tous les réseaux linéaires.

5.1. Définition. — Le mot « guide d'onde » que nous employons ici doit être pris dans le sens de « ligne de transmission dans laquelle la longueur d'onde de phase peut être différente de la longueur d'onde dans le milieu où se fait le rayonnement ». Les guides d'ondes utilisés habituellement aux hyperfréquences, où s'introduit une longueur d'onde dans le guide λ_g différente de la longueur d'onde dans l'air λ_0 , constituent l'application visée par la théorie qui va suivre, mais cette théorie s'applique aussi au cas des lignes coaxiales ou bifilaires le long desquelles $\lambda_g = \lambda_0$. En faisant d'ailleurs $\lambda_g = \lambda_0$ dans les calculs qui vont suivre, on retrouverait pas mal d'exemples de réseaux déjà étudiés depuis longtemps.

5.2. Le facteur de réseau et le facteur d'élément. — Nous nous posons donc le problème suivant : étant donnés N radiateurs de diagrammes de rayonnement identiques placés le long d'un guide d'onde rectiligne de façon que ces diagrammes soient équipolents, que les phases relatives soient celles de l'onde qui circule dans le guide et que la distribution des puissances dans les divers radiateurs soit donnée (cette distribution est déterminée par les couplages avec le guide d'onde) il s'agit de déterminer le diagramme de rayonnement du réseau constitué par ces N radiateurs. Nous particulieriserons rapidement le problème au cas des radiateurs équidistants, mais il n'est pas nécessaire de le faire tout de suite.

Numérotions de 0 à $N - 1$ les radiateurs supposés placés en $O, P_1, P_2, \dots, P_{N-1}$ le long du guide schématisé par l'axe OZ (fig. 5.1).

Posons :

$$\overline{OP_1} = u_1, \quad \overline{P_1P_2} = u_2, \\ \overline{P_2P_3} = u_3, \quad \dots, \quad \overline{P_{N-2}P_{N-1}} = u_{N-1},$$

ce qui définit les $N - 1$ intervalles.

(*) Le dernier paragraphe, colonne de gauche, doit être lu page 68, à la fin de la colonne de gauche.

Soient OX, OY deux axes formant trièdre trirectangle de coordonnées avec OZ (fig. 5.1 et 5.2). Soit OV une direction quelconque ; elle sera déterminée par l'angle ψ que fait le plan ZOY avec le plan ZOY et par l'angle θ que fait OV avec la trace OV du plan VOZ sur XOY.

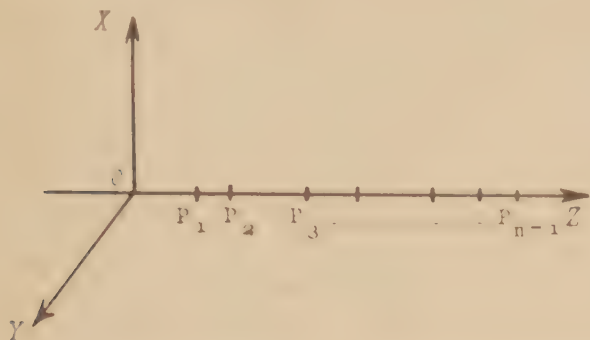


FIG. 5.1. — Les axes de coordonnées d'un réseau linéaire.

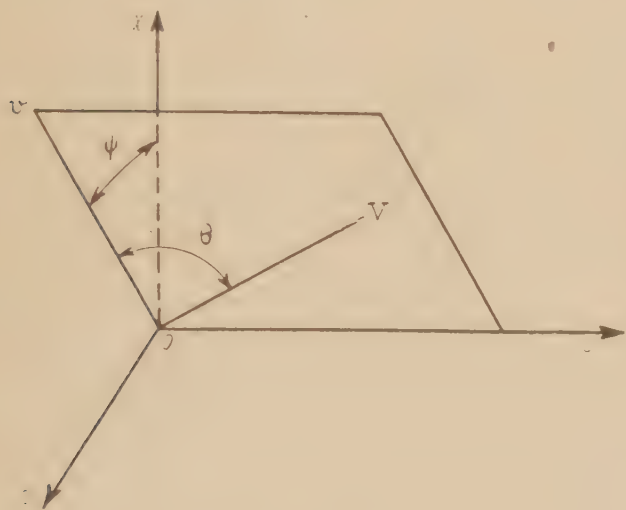


FIG. 5.2. — Les paramètres angulaires θ, ψ définissant une direction par rapport au réseau porté par OZ.

Le champ aux grandes distances du radiateur numéro p supposé rayonner seul sera donné par

$$(5.1) \quad \vec{e}_p = \vec{e}(\theta, \varphi) \times A_p \times e^{-2\pi j(u_1 + u_2 + \dots + u_p)/\lambda_0} \times e^{2\pi j(u_1 + u_2 + \dots + u_p)\sin\theta/\lambda_0},$$

$\vec{e}(\theta, \psi)$ étant un vecteur caractéristique du radiateur et indépendant de son numéro, A_p étant une amplitude complexe, λ_0 étant la longueur d'onde dans le guide, λ_0 la longueur d'onde dans le milieu ambiant. Le facteur de déphasage par rapport au radiateur numéro zéro

$$e^{-2\pi j(u_1 + u_2 + \dots + u_p)/\lambda_0}$$

provient du retard du guide ; et le facteur de déphasage

$$e^{2\pi j(u_1 + u_2 + \dots + u_p)\sin\theta/\lambda_0}$$

provient de l'inclinaison θ où l'on prend le champ.

Le champ total créé par le réseau aux grandes distances dans la direction (θ, ψ) est donné par

$$(5.2) \quad \vec{E}(\theta, \psi)$$

$$= \vec{e}(\theta, \psi) \sum_{p=0}^{p=N-1} A_p e^{2\pi j(u_1 + u_2 + \dots + u_p)(\sin\theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0)}$$

Nous appellerons $\vec{e}(\theta, \psi)$ le *facteur d'élément* et

$$F = \sum_{p=0}^{p=N-1} A_p e^{2\pi j(u_1 + u_2 + \dots + u_p)(\sin\theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0)},$$

le *facteur de réseau*.

Dans le cas où tous les rapports $a_p = A_p/A_0$ sont réels, positifs, et c'est ce qui se produit lorsque les couplages des divers radiateurs sur le guide sont identiques à un facteur de puissance près, on voit que le facteur de réseau présente des maximums

maximorum de modules égaux à $|A_0| \sum_{p=0}^{p=N-1} a_p$

quand

$$(5.3) \quad \sin\theta = \lambda_0/\lambda_0.$$

Dans un réseau à coaxial ou ligne bifilaire, où $\lambda_0 = \lambda_0$, cela correspond à un rayonnement maximum en bout de réseau (*endfire array*). Dans un réseau à guide d'onde où $\lambda < \lambda_0$, cela correspond à un cône de révolution dont l'axe est le guide d'onde. Ces directions de rayonnement sont indépendantes de la distribution des radiateurs, c'est-à-dire des valeurs de $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{N-1}$ ainsi que des facteurs d'intensité $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{N-1}$. Le fait que le rayonnement soit sensible ou non dans la direction $\theta = \arcsin \lambda/\lambda_0$ dépend uniquement du facteur d'élément $\vec{e}(\theta, \psi)$ et de λ_0 et λ_0 .

5.3. Cas des réseaux à radiateurs équidistants.

— Nous prenons ici

$$u_1 = u_2 = \dots = u_{N-1} = u.$$

La formule (5.2) devient alors

$$(5.4) \quad \vec{E}(\theta, \psi) = \vec{e}(\theta, \psi) \sum_{p=0}^{p=N-1} A_p e^{2\pi jpu(\sin\theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0)},$$

Posons

$$(5.5) \quad A_p = \alpha_p e^{j\varphi_p},$$

α_p étant positif et φ_p réel. La relation (5.4) s'écrit alors :

$$(5.6) \quad \vec{E}(\theta, \psi) = \vec{e}(\theta, \psi) \sum_{p=0}^{p=N-1} \alpha_p e^{2\pi j[2pu(\sin\theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) + \varphi_p]}.$$

5.4. Construction graphique. — Si l'on connaît $\lambda_0, \lambda_0, \alpha_p$ et φ_p pour tous les radiateurs, une construction théoriquement simple, mais qui peut être

assez longue en pratique, permet de trouver les valeurs du facteur de réseau

$$(5.7) \quad F(\theta) = \sum_{p=0}^{p=N-1} \alpha_p e^{\pi j [2pu(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_g) + \varphi_p]}$$

en fonction de θ . Il suffit pour chaque valeur de θ de construire la somme des nombres complexes

$$\alpha_p e^{\pi j \beta}$$

avec

$$(5.8) \quad \beta_p = 2pu(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_g) + \varphi_p$$

pour avoir le module, et accessoirement l'argument du facteur F . En général, les calculs et la construction elle-même sont assez laborieux. Nous verrons plus loin un exemple de cette construction sur un cas particulier.

5.5. Réseaux à φ_p constants. — Nous appellerons ainsi des réseaux pour lesquels φ_p est indépen-

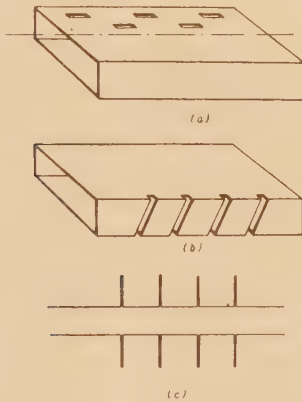


FIG. 5.3. — Réseaux à φ_p constants — a) guide à fentes dans le grand côté, b) guide à fentes dans le petit côté, c) réseau de dipôles.

dant de p . On pourra alors admettre que $\varphi_p = 0$ quel que soit p . Ce serait le cas d'un réseau semblable à ceux de la figure 5.3 : a) fentes dans le grand côté du guide, toutes du même côté de l'axe ; b) fentes dans le petit côté toutes inclinées dans le même sens sur les arêtes ; c) dipôles sur une ligne bifilaire.

5.6. Réseaux à φ_p alternés. — Nous désignerons ainsi les réseaux où deux radiateurs consécutifs ont leur excitation inversée, c'est-à-dire où

$$\varphi_p = p\pi.$$

Il en est ainsi sur les réseaux de la figure 5.4 : a) fentes résonnantes dans le grand côté d'un guide d'ondes, disposées alternativement de part et d'autre de l'axe ; b) fentes résonnantes dans le petit côté d'un guide d'ondes, inclinées alternativement dans un sens et dans l'autre sur les arêtes ; c) dipôles alimentés par une ligne bifilaire alternativement dans un sens et dans l'autre.

Les réseaux à φ_p constants sont utilisés dans les cas classiques comme réseaux à rayonnement en bout (*endfire arrays*), et les réseaux à φ_p alternés comme réseaux à rayonnement latéral (*broadside arrays*).

Nous ne pouvons pousser plus loin les calculs sans avoir précisé les coefficients.

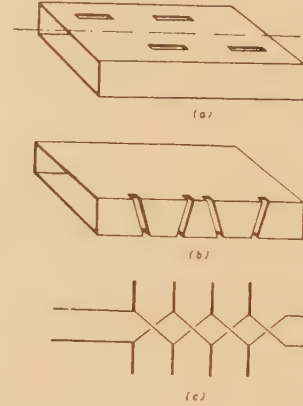


FIG. 5.4. — Réseaux à φ_p alternés — a) guide d'onde à fentes dans le grand côté, b) guide à fentes dans le petit côté, c) réseau de dipôles.

5.7. Réseaux uniformes. — Les réseaux uniformes sont bien connus. Ce sont ceux pour lesquels les α_p sont constants.

a) *Réseaux uniformes à φ_p constants.* — Si les réseaux uniformes sont à φ_p constants (nous pouvons prendre comme nous l'avons vu $\varphi_p = 0$), on trouve alors aisément la valeurs de $F(\theta)$.

C'est

$$(5.9) \quad F(\theta) = \alpha_0 e^{j\pi(N-1)u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_g)}$$

$$\times [\sin \pi Nu(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_g)] / [\sin \pi u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_g)].$$

Les variations de son module sont données par celles du rapport des sinus. Les maximums maximumorum ont pour valeur N et sont obtenus quand le dénominateur est nul, c'est-à-dire quand

$$\pi u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_g) = k\pi \quad (k \text{ entier})$$

ou

$$(5.10) \quad \sin \theta = \lambda_0/\lambda_g + k\lambda_0/u.$$

Pour $k = 0$, on trouve que $\sin \theta$ vaut λ_0/λ_g , valeur commune à tous les réseaux à φ_p constant. Dans certains cas usuels où u est voisin de λ_g , la valeur $k = -1$ correspond à une valeur de θ voisine de zéro. Ce cas est intéressant en particulier si on excite au moyen d'un guide d'onde des radiateurs à diagrammes de rayonnement assez directifs et normaux au guide, par exemple des bâtonnets diélectriques, comme sur la figure 5.5. Si le diagramme $e(\theta, \psi)$ est assez fin et λ_g pas trop grand, le maximum maximumorum $\sin \theta = \lambda_0/\lambda_g$ donne un lobe secondaire qui n'a pas une importance exagérée.

Les zéros qui encadrent immédiatement les maximums maximum sont fournis par l'équation

$$\pi Nu(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) = m\pi \quad \text{avec} \quad m = kN \pm 1$$

et correspondent aux valeurs de θ solutions de la relation

$$(5.11) \quad \sin \theta = \lambda_0/\lambda_0 + k\lambda_0/u \pm \lambda_0/Nu.$$

Les maximums secondaires qui encadrent les

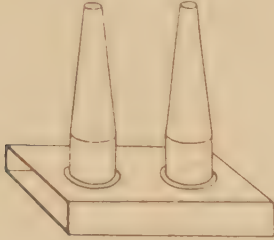


FIG. 5.5. — Radiateurs diélectriques couplés sur le grand côté d'un guide d'onde.

maximums maximum correspondent à peu près aux valeurs de θ encadrant les solutions de l'équation (5.10) et rendent égal à 1 le numérateur du deuxième facteur de (5.9) ; on aura pour ces maximums secondaires encadrants :

$$\pi Nu(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) = (kN \pm 3/2)\pi$$

et par suite

$$\sin \theta = \lambda_0/\lambda_0 + k\lambda_0/u \pm (3\lambda_0)/(2Nu).$$

Mais l'amplitude de ces maximums intermédiaires est très inférieure à celle des maximums maximum. Alors que pour un angle θ satisfaisant à l'équation (5.10), le module de F est N , il est seulement voisin de

$$(5.12) \quad 1/\{\sin \pi u[1/2Nu + (kN + 1)/Nu]\} = 1/\sin(3\pi/2N) \simeq 2N/3\pi \simeq N/5;$$

c'est-à-dire que le maximum intermédiaire le plus grand du facteur de réseau est sensiblement le cinquième maximum maximum, résultat bien connu.

b) *Réseaux uniformes à φ_p alternés.* — On a alors, en vertu de

$$\varphi_p = p\pi,$$

la valeur du facteur de réseau :

$$(5.13) \quad F(\theta) = \alpha_0 e^{j(\pi/2)(N-1)[2u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) + 1]} \times \{\sin \pi(N/2)[2u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) + 1]\} / \{\sin(\pi/2)[2u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) + 1]\}.$$

Les variations de son module sont données par celles du rapport des sinus. Il existe encore des maximums maximum et des maximums intermédiaires.

Les maximums maximum sont donnés par

$$(\pi/2)[2u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) + 1] = k\pi [k \text{ entier}]$$

ou

$$(5.14) \quad \sin \theta = (\lambda_0/\lambda_0) + (2k-1)\lambda_0/2u.$$

L'amplitude des maximums maximum est encore N , mais il n'y a plus de valeur donnée par l'équation (5.14) indépendante de u . Dans ce genre de réseau, les espacements des radiateurs sont souvent voisins de $\lambda_0/2$; la valeur de θ la plus voisine de zéro s'obtient alors pour $k=0$ (si u est exactement égal à $\lambda_0/2$, un maximum maximum est précisément dans la direction $\theta=0$).

Les zéros qui encadrent immédiatement les maximums maximum sont fournis par l'équation

$$(\pi N/2)[2u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) + 1] = m\pi$$

$$\text{avec } m = kN \pm 1$$

et correspondent à des valeurs de θ données par

$$(5.15) \quad \sin \theta = \lambda_0/\lambda_0 + (2k-1)\lambda_0/(2u) \pm \lambda_0/Nu.$$

Les maximums intermédiaires correspondent à des θ voisins des valeurs qui rendent

$$|\sin \pi(N/2)[2u \sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0 + 1]| \text{ égal à } 1$$

c'est-à-dire qu'elles sont données par

$$(\pi N/2)[2u(\sin \theta/\lambda_0 - 1/\lambda_0) + 1] = \pi/2 + h\pi$$

$$(h \pm \begin{cases} kN \\ kN-1 \end{cases})$$

Pour $h = kN + 1$ ou $h = kN - 2$, c'est-à-dire pour les maximums secondaires les plus voisins du maximum maximum, on aura :

$$(5.16) \quad \sin \theta = \lambda_0/\lambda_0 \pm 3\lambda_0/(2Nu) + (2k-1)\lambda_0/2u$$

et on trouve que le module du facteur de réseau devient encore voisin de

$$1/\sin(3\pi/2N) \simeq 2N/3\pi,$$

c'est-à-dire environ le cinquième du module correspondant au maximum maximum ; c'est la même valeur que pour les réseaux à φ_p constants.

5.8. Exemple de réseaux à φ_p non constants.

— On peut être amené, pour des raisons pra-

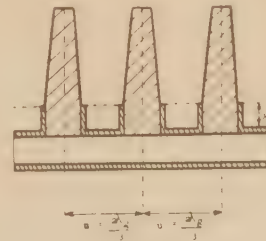


FIG. 5.6. — Radiateurs diélectriques alimentés à des intervalles $u = 2\lambda_0/3$.

tiques de construction, à donner à u des valeurs assez éloignées de $\lambda_0/2$ ou de λ_0 , en ayant besoin que les radiateurs proprement dits soient en phase. On doit alors trouver une loi convenable pour les φ_p . Cette idée va être précisée dans l'exemple suivant (fig. 5.6).

On veut construire un réseau d'antennes diélectriques alimentées par un guide d'onde et couplées

à lui par des trous centrés au milieu de son grand côté. Les dispositifs de fixation des radiateurs diélectriques permettent de prendre $2\lambda_g/3$ comme intervalle ($u = 2\lambda_g/3$). Les radiateurs diélectriques employés ont la forme d'un cône qui se termine vers sa grande base par une partie cylindrique logée dans un tube métallique. Cette partie cylindrique constitue donc un guide circulaire. Nous voulons que les guides circulaires aient tous la même hauteur h au-dessus de la face du guide rectangulaire ; mais pour compenser les différences de phase provenant des points d'insertion sur le guide rectangulaire d'alimentation, nous devons donner aux guides circulaires des diamètres différents afin que les longueurs d'ondes λ'_g , λ''_g , λ'''_g de trois éléments consécutifs soient différentes.

Les phases, aux points d'insertion des trois radiateurs sur le guide rectangulaire, peuvent être prises égales respectivement à 0 , $2\pi/3$, $4\pi/3$ et on devra avoir

$$(5.17) \quad \begin{aligned} 0 + 2\pi h/\lambda'_g &= 2\pi/3 + 2\pi h/\lambda''_g + 2k''\pi \\ &= 4\pi/3 + 2\pi h/\lambda'''_g + 2k'''\pi \quad (k'', k''' \text{ entiers}) \end{aligned}$$

pour retrouver la même phase sur les trois radiateurs consécutifs (fig. 5.7). On remarque que, quel

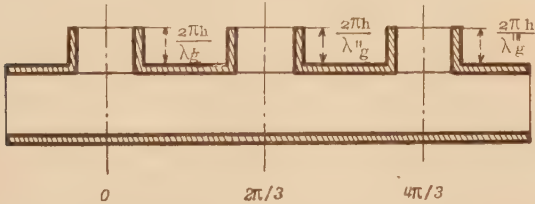


FIG. 5.7. — Compensation de phase des radiateurs de la figure 5.6.

que soit h satisfaisant aux relations (5.17), si l'on désigne par λ_g^{iv} la longueur d'onde dans le quatrième guide, la relation

$$0 + 2\pi h/\lambda'_g = 6\pi/3 + 2\pi h/\lambda_g^{iv} + 2k^{iv}\pi \quad (k^{iv} \text{ entier})$$

permet de prendre $\lambda_g^{iv} = \lambda'_g$ et le cycle peut recommencer pour les trois éléments suivants.

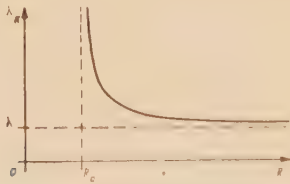


FIG. 5.8. — λ_g en fonction du rayon R pour le mode TE_{11} d'un guide circulaire.

Les équations (5.17) ne fixent pas complètement h , λ'_g , λ''_g , λ'''_g . On procédera par tâtonnements sur la courbe $\lambda_g = f(R)$ (fig. 5.8) qui donne la longueur d'onde dans un guide circulaire rempli du diélectrique des radiateurs en fonction du rayon de ce guide, pour déterminer trois nombres λ'_g , λ''_g , λ'''_g correspondant à des points de la courbe situés dans la région du sommet et qui entraînent pour h une valeur réalisable mécaniquement d'une façon simple.

Dans le cas que nous venons d'étudier, on aura donc en se reportant au paragraphe 1.3 :

(5.18)

$$\begin{cases} \varphi_{3q} = 2\pi h/\lambda'_g; \quad \varphi_{3q+1} = 2\pi h/\lambda''_g = 2\pi h/\lambda'_g - 2\pi/3; \\ \varphi_{3q+2} = 2\pi h/\lambda'''_g + 2\pi/3 \text{ avec } p = 3q; 3q+1; 3q+2. \end{cases}$$

5.9. Distributions non uniformes (*). — On a cherché à éliminer les lobes secondaires des réseaux rayonnants d'abord en prenant des radiateurs dont le facteur d'élément n'en présente pas, et ensuite en constituant des facteurs de réseau qui réduisent ces lobes secondaires. On modifie le facteur de réseau, en modifiant la distribution de la puissance, c'est-à-dire la suite des facteurs $1, a_1, a_2, \dots, a_{N-1}$ (voir § 5.2).

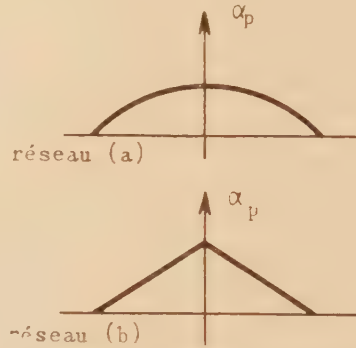


FIG. 5.9. — Distributions galbées d'un réseau — a) sinusoïdale, b) en triangle.

Parmi les réseaux utilisés, la grande majorité est formée de réseaux à φ_p constants ou à φ_p alternés ; car physiquement, s'il est simple de retourner un dipôle ou de changer le sens du déplacement ou de l'inclinaison d'une fente, il est bien plus compliqué de faire varier φ_p d'une façon différente.

Pratiquement on n'agit donc guère que sur la distribution de la puissance, au moyen de la suite des α_p . Lorsqu'on veut réduire les lobes secondaires, on a été conduit à chercher des distributions « galbées » pour lesquelles les α_p sont maximums vers le milieu de la suite, et vont en diminuant vers les extrémités. On a essayé par exemple les distributions sinusoïdales ou en triangle [fig. 5.9(a) et (b)] ; elles ont l'inconvénient d'avoir des α_p qui se rapprochent trop de zéro vers les extrémités, ce qui donne des radiateurs qui contribuent très peu au rayonnement du réseau.

C'est pour cette raison qu'on a été amené à se servir des distributions dites « binomiales » dont nous allons parler un peu plus longuement.

5.10. Distributions binomiales, distribution 1:4:1 et distributions en charpente. — Comme nous l'avons fait tacitement pour la figure 5.9 nous étudierons une distribution continue, qui se rapproche de la distribution discontinue cherchée, plutôt que la distribution des α_p eux-mêmes.

(*) La fin du présent chapitre précise et certifie parfois certains résultats exposés dans l'article de l'auteur : « Les guides à fentes et leur application aux aériens ».

Le réseau est représenté sur la figure 5.10 par le segment $\overline{A'A} = a$.

Nous allons raisonner cependant comme s'il était infini dans les deux directions Ox positive et négative, et nous considérerons seulement ce qui se passe dans le plan xOy , vers les $y > 0$. Si tous les radiateurs infiniment petits constitués par les points de Ox sont en phase et d'égale intensité, ce réseau émet l'onde plane (1). S'il existe sur le réseau une distribution linéaire de phase, les radiateurs ayant toujours la même intensité, et si $\varphi = -\pi x/a$ est la phase au point d'abscisse x du réseau, le réseau émet une onde plane (2) dans la direction qui fait avec l'axe Oy l'angle θ tel que

$$\sin \theta = \lambda_0/2a.$$

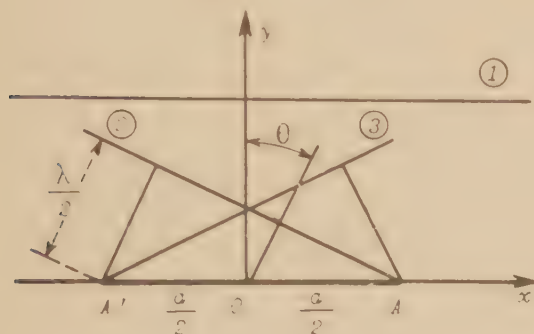


FIG. 5.10. — Décomposition d'une distribution sinusoïdale en ondes planes.

Si la distribution de phase est

$$\varphi = \pi x/a,$$

l'onde plane (3) est émise dans la direction qui fait avec Oy l'angle θ' tel que

$$\sin \theta' = -\lambda_0/2a,$$

En superposant les trois distributions correspondant à

$$\varphi = 0, \quad \varphi = -\pi x/a, \quad \varphi = +\pi x/a$$

avec des intensités convenables, on obtient une distribution d'amplitude sur Ox :

$$(5.19) \quad \alpha(x) = [e^{-j\pi x/a} + 2 + e^{j\pi x/a}]/2 = 1 + \cos \pi x/a.$$

Le premier membre de (3.19) n'est autre que le développement de

$$(5.20) \quad \alpha(x) = (1/2) (e^{-j\pi x/2a} + e^{j\pi x/2a})^2$$

par la formule du binôme de NEWTON. On obtiendra des distributions dites binomiales, en prenant des exposants entiers dans le développement de

$$(5.21) \quad \alpha(x) = (1/2) (e^{-j\pi x/na} + e^{j\pi x/na})^n.$$

Si $n = 0$, on trouve la distribution uniforme $\alpha(x) \equiv 1/2$.

Si $n = 1$, on trouve la distribution sinusoïdale $\alpha(x) = \cos(\pi x/a)$.

Si $n = 2$, on retrouve la distribution $\alpha(x) = 1 + \cos(\pi x/a)$.

D'une façon générale, l'équation (5.21) se développe suivant

$$(5.22) \quad \alpha(x) = \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi x}{a} + C_{2q-1}^1 \cos \frac{(2q-1)\pi x}{2qa} + \dots + C_{2q}^1 \right] \quad \text{si } n = 2q$$

$$(5.23) \quad \alpha(x) = \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi x}{a} + C_{2q-1}^1 \cos \frac{(2q-1)\pi x}{2q+1} + \dots + C_{2q+1}^1 \cos \frac{\pi x}{2q+1} \right] \quad \text{si } n = 2q+1.$$

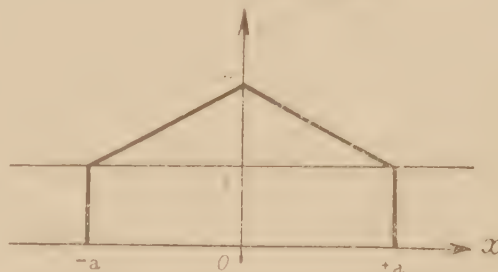


FIG. 5.11. — Distribution en charpente 1 : 2 : 1.

On emploie quelquefois le cas où $n = 2$, que nous avons déjà considéré. On appelle cette distribution la distribution 1 : 2 : 1, car dans l'équation (5.19) les coefficients des trois termes sont proportionnels aux nombres 1, 2, 1.

Une distribution très employée, et qui se rapproche de la distribution 1 : 2 : 1 est la distribution 1 : 4 : 1 pour laquelle on a :

$$(5.24) \quad \alpha(x) = (1/2) [e^{-j\pi x/a} + 4 + e^{j\pi x/a}] = 2 + \cos \pi x/a.$$

Les distributions de cette forme 1 : n : 1 sont appelées parfois distributions *en charpente*, car elles sont en gros de la forme représentée sur la figure 5.11.

5.11. Les couplages. — Nous n'avons pas tenu compte jusqu'ici de l'onde qui passe dans le guide d'alimentation. Deux cas principaux sont à envisager en pratique.

a) *Cas où les radiateurs sont alimentés en onde stationnaire.* — Il est alors nécessaire que le guide soit terminé sur un court-circuit et que ces radiateurs soient disposés à des distances $u = k\lambda_0/2$ (k entier), aux ventres de champ électrique du guide d'alimentation. Pratiquement $k = 1$. En couplage shunt, l'adaptation exige que la somme des conductances des radiateurs soit égale à la conductance caractéristique du guide d'onde d'alimentation. On peut réaliser ainsi des réseaux dits *résonnants*, à un petit nombre d'éléments. Si l'on veut réaliser un tel réseau avec un nombre relativement plus important d'éléments (plus de 8 à 10), une faible variation de la fréquence déphase considérablement les éléments éloignés les uns des autres et désaccorde le réseau en faisant varier dans de grandes proportions la puissance disponible aux premiers éléments du réseau, et en augmentant le taux d'onde stationnaire de l'antenne (faible largeur de bande).

b) *Cas où les radiateurs sont alimentés en onde*

progressive : il reste alors, après le dernier radiateur, une certaine quantité de puissance, qu'on peut rendre pratiquement assez faible (moins de 10 %) et qu'il faut absorber dans une terminaison adaptée. Cette terminaison adaptée peut être un absorbeur à pertes par effet Joule ou par hystérésis magnétique, ou bien un réseau résonnant à un petit nombre, d'éléments qu'on dispose de façon à renforcer le faisceau du réseau principal. Dans le cas de l'onde progressive, la puissance disponible dans le guide d'alimentation diminue à mesure qu'on s'éloigne vers les radiateurs de numéros élevés. Il faut tenir compte de cette diminution dans le calcul des couplages des divers radiateurs.

5.12. Réseaux résonnants. — Nous admettons, pour fixer les idées, 1° qu'un *réseau résonnant* est constitué par des radiateurs espacés de $\lambda_g/2$ sur un guide fermé sur un court-circuit, et que ce court-circuit est à $\lambda_g/4$ du dernier radiateur (fig. 5.12) ; 2° que le taux d'onde stationnaire devient excessif lorsque le premier radiateur est à une distance supérieure à $\lambda_g/16$ du ventre théorique du champ électrique qui doit d'alimenter.

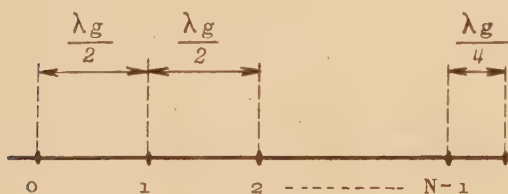


FIG. 5.12. — Réseau résonnant.

Supposons que l'écart de fréquence avec la fréquence nominale f soit Δf ; cela entraîne un écart de $\Delta\lambda_g$ sur λ_g . Si le réseau comprend N radiateurs, le déplacement du ventre d'alimentation du premier radiateur sera $(1/2)(N-1/2)\Delta\lambda_g$ et, pour un fonctionnement correct, l'inégalité

$$(5.25) \quad [N - (1/2)]\Delta\lambda_g/2 < \lambda_g/16$$

devra être respectée. Or, dans un guide, on a :

$$\lambda_g = \lambda_{lc} / \sqrt{\lambda_{lc}^2 - \lambda^2}$$

λ_c étant la longueur d'onde de coupure, et

$$|\Delta\lambda_g/\lambda_g| = [(\lambda_{lc}^2 f^2 / f^2 \lambda_{lc}^2 - c^2)](\Delta f/f) / (c \text{ vitesse de la lumière}).$$

D'après l'équation (5.25), on doit donc avoir :

$$(5.26) \quad \Delta f/f < (1 - c^2/\lambda_{lc}^2 f^2) / [8(N - 1/2)].$$

A titre d'exemple, pour le guide standard 3 cm, avec $f = 10\,000$ Mc/s, on a : $\lambda_c = 4,6$ cm ; on a alors :

$$\Delta f/f < 0,07 / (N - 1/2).$$

Si $N = 10$, on devra avoir :

$$\Delta f/f < 1,6\%,$$

ce qui donne une bande assez étroite de fréquence pour que le réseau soit convenablement alimenté.

Si l'étroitesse de la bande n'est pas une objection à la construction du réseau, on devra, en appelant

$g_0, g_1, \dots, g_{N-1}$ les conductances des radiateurs, prendre

$$\begin{cases} g_0 + g_1 + \dots + g_{N-1} = 1 \\ g_0/\alpha_0 = g_1/\alpha_1 = \dots = g_{N-1}/\alpha_{N-1} \end{cases}$$

et prévoir des dispositifs pour annuler au mieux leurs susceptances.

5.13. Réseaux progressifs. — Ce sont les réseaux les plus intéressants dès que le nombre de radiateurs dépasse 8. Nous admettons toujours que les radiateurs présentent une conductance pure sur le guide d'alimentation, après qu'on a éventuellement neutralisé les susceptances par des dispositifs à large bande appropriés.

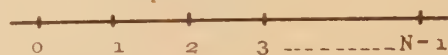


FIG. 5.13. — Réseau à N radiateurs.

Soit P_0 la puissance qui arrive dans le guide d'alimentation avant le radiateur numéro zéro, P_1 , celle qui reste après lui, c'est-à-dire celle qui arrive sur le numéro 1, etc. (fig. 5.13). Si $g_0, g_1, \dots, g_{N-1}$ désignent les conductances des divers radiateurs et si $\varpi_0, \varpi_1, \dots, \varpi_{N-1}$ désignent les puissances qu'ils rayonnent, on aura, d'après la loi des courants dérivés, et en supposant que le guide est adapté tout le long (ce qui suppose $g_0, g_1, \dots, g_{N-1}$ petits vis-à-vis de l'unité) :

$$\begin{aligned} g_0/\varpi_0 &= 1/P_1 ; g_1/\varpi_1 = 1/P_2 ; \dots ; \\ g_p/\varpi_p &= 1/P_{p+1} ; \dots ; g_{N-1}/\varpi_{N-1} = 1/P_N \end{aligned}$$

et nous poserons $P_N = rP_0$, P_N étant la puissance restante après le dernier radiateur, et r désignant donc la proportion de la puissance d'entrée qu'il faut dissiper dans une charge adaptée.

Si l'on approche cette distribution de puissance par une distribution continue où $g(x)dx$, $\varpi(x)dx$, $P(x)$ désignent respectivement la conductance de l'élément de longueur dx , la puissance qu'il rayonne, et la puissance qui reste après l'abscisse x , on aura :

$$(5.27) \quad \begin{cases} dP(x) = -\varpi(x) dx \\ [g(x) dx] / [\varpi(x) dx] = 1/P(x) \end{cases}$$

c'est-à-dire

$$(5.28) \quad \begin{cases} P(x) = \int_x^\infty \varpi(x) dx = \int_x^a \varpi(x) dx + rP_0 \\ g(x) = \varpi(x) / P(x). \end{cases}$$

Or $\varpi(x)$ représente la distribution en puissance, c'est-à-dire le carré de la fonction $\alpha(x)$ (employée par exemple au paragraphe 5.10). Les formules (5.28) permettent de construire la courbe de $g(x)$ en fonction de x .

La seconde formule (5.28) peut encore s'écrire

$$(5.29) \quad g(x) = \varpi(x) / \left[\int_x^a \varpi(x) dx + [r(1-r)] \int_0^a \varpi(x) dx \right].$$

Lorsqu'on passera de la distribution continue à

la distribution du réseau de N radiateurs, on remplacera dans la deuxième formule (5.28) dx par u , et on prendra pour la conductance de la fente numéro p :

$$g_p = u g(x_p)$$

On aura aisément :

$$(5.30) \quad g_p = g(pu)u = \varpi(p) \left/ \left[\sum_{q=0}^{q=p} \varpi(q) + [r/(1-r)] \sum_{q=0}^{q=N-1} \varpi(q) \right] \right.$$

pour la fente numéro p , si on se donne la distribution ϖ sous la forme discontinue $\varpi(p)$ pour le radiateur de numéro p .

5.14. Exemple I. — Pour la distribution 1 : 2 : 1 on a, avec l'origine au centre du réseau :

$$\alpha(x) \text{ proportionnel à } 1 + \cos \pi x/a.$$

Mais, avec l'origine au radiateur numéro zéro, on aura :

$$\alpha(x) \text{ proportionnel à } 1 + \sin \pi x/a$$

et par suite :

$$(5.31) \quad \varpi(x) = k(1 + \sin \pi x/a)^2.$$

Si P_0 désigne la puissance totale qui arrive avant le premier radiateur, rP_0 la puissance qui reste après le dernier, on aura :

$$\int_0^a \varpi(x) dx + rP_0 = P_0,$$

ce qui détermine pour k la valeur

$$(5.32) \quad k = \frac{P_0(1-r)}{\int_0^a \varpi(x) dx} = \frac{P_0(1-r)}{\int_0^a \left(1 + \sin \frac{\pi x}{a}\right)^2 dx} = \frac{P_0(1-r)}{a\left(\frac{4}{\pi} + \frac{3}{2}\right)}$$

Tenant compte de (5.28), (5.31) et (5.32) on tire :

$$(5.33) \quad g(x) = \frac{1}{a} \times \frac{(1 + \sin \pi x/a)^2}{\frac{3}{2} + \frac{2}{\pi} + \frac{r}{1-r} \left(\frac{4}{\pi} + \frac{3}{2}\right) - \frac{3x}{2a} + \frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi x}{a} + \frac{1}{4\pi} \sin \frac{2\pi x}{a}}.$$

On voit sur l'équation (5.33), ce qui était à prévoir, que $g(x)$ ne dépend que de x/a et de r .

Si on applique cette équation continue à un réseau de N radiateurs équidistants, numérotés de 0 à $N-1$ et espacés de l'intervalle u nous prendrons

$$(5.34) \quad a = Nu;$$

la conductance du radiateur numéro p devra être prise égale à

$$(5.35) \quad g_p = g(pu) \times u = \frac{1}{N} \times \frac{(1 + \sin p\pi/N)^2}{\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{\pi}\right) + \frac{r}{1-r} \left(\frac{4}{\pi} + \frac{3}{2}\right) - \frac{3p}{2N} + \frac{2}{\pi} \cos \frac{p\pi}{N} + \frac{1}{4\pi} \sin \frac{2p\pi}{N}}.$$

5.15. Exemple II. — Pour la distribution uniforme, le calcul est un peu plus simple. On a :

$$\varpi(x) = k \quad (k \text{ constant quel que soit } x \text{ sur le réseau})$$

avec

$$\int_0^a \varpi(x) dx + rP_0 = P_0,$$

ce qui donne

$$k = P_0(1-r)/a.$$

On a donc à partir des équations (5.28) :

$$(5.36) \quad g(x) = (1/a)\{1/[1/(1-r) - x/a]\}.$$

Si on applique cette formule à un réseau de N radiateurs numérotés de 0 à $N-1$, et espacés de l'intervalle u , nous prendrons $a = Nu$.

La conductance du radiateur numéro p devra alors être prise égale à

$$(5.37) \quad g_p = g(pu) \times u = (1/N)\{1/[1 - p/N + r(1-r)]\{1/[N/(1-r) - p]\}.$$

5.16. Exemple III. — En prenant pour origine le radiateur d'entrée du réseau, la distribution en charpente (cf. § 5.10) a pour expression :

$$(5.38) \quad \varpi(x) = k[2 + \sin(\pi x/a)]^2.$$

Si P_0 désigne la puissance totale qui arrive avant le premier radiateur, rP_0 la puissance qui reste après le dernier, on aura une formule analogue à la formule (5.32) pour déterminer k ; c'est ici

$$(5.39) \quad k = \frac{P_0(1-r)}{\int_0^a \varpi(x) dx} = \frac{P_0(1-r)}{\int_0^a \left(2 + \sin \frac{\pi x}{a}\right)^2 dx} = \frac{P_0(1-r)}{a\left(\frac{9}{2} + \frac{8}{\pi}\right)}$$

On aura par suite :

$$(5.40) \quad g(x) = \frac{1}{a} \frac{(2 + \sin \pi x/a)^2}{\frac{9}{2} + \frac{4}{\pi} + \frac{r}{1-r} \left(\frac{9}{2} + \frac{8}{\pi}\right) - \frac{9x}{2a} + \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi x}{a} + \frac{1}{4\pi} \sin \frac{2\pi x}{a}}.$$

Ici encore, on remarque que $g(x)$ ne dépend que de x/a et de r .

En appliquant, comme au paragraphe (5.14), ce calcul pour x continu à un réseau à N radiateurs équidistants numérotés de 0 à $N-1$ et espacés de l'intervalle u , et en prenant $a = Nu$, on aura pour la conductance du radiateur numéro p :

$$(5.41) \quad g_p = g(pu) \times u = \frac{1}{N} \frac{(2 + \sin p\pi/N)^2}{\frac{9}{2} + \frac{4}{\pi} + \frac{r}{1-r} \left(\frac{9}{2} + \frac{8}{\pi}\right) - \frac{9p}{2N} + \frac{4}{\pi} \cos \frac{p\pi}{N} + \frac{1}{4\pi} \sin \frac{2p\pi}{N}}.$$

La figure 5.14 représente les courbes $ag(x)$ pour la distribution uniforme, la distribution 1 : 2 : 1 et la distribution 1 : 4 : 1.

5.17. Le groupement. — Nous avons construit sur la figure 5.14 les courbes représentant les relations

(5.33), (5.36) et (5.40) pour $r = 5\%$. Si le nombre des radiateurs n'est pas trop grand, s'il est inférieur à 10 par exemple, on pourra lire pour chacun d'eux sur la courbe la valeur de $g(x)$, ce qui donne le g_p de l'équation (5.29). Si le nombre des radiateurs est

Au lieu d'utiliser les graphiques de la figure 5.14, il est plus commode de former le tableau de la quantité Ng_p donnée par l'équation (5.35), l'équation (5.37) et l'équation (5.41) pour les distributions 1 : 2 : 1, uniforme et 1 : 4 : 1.

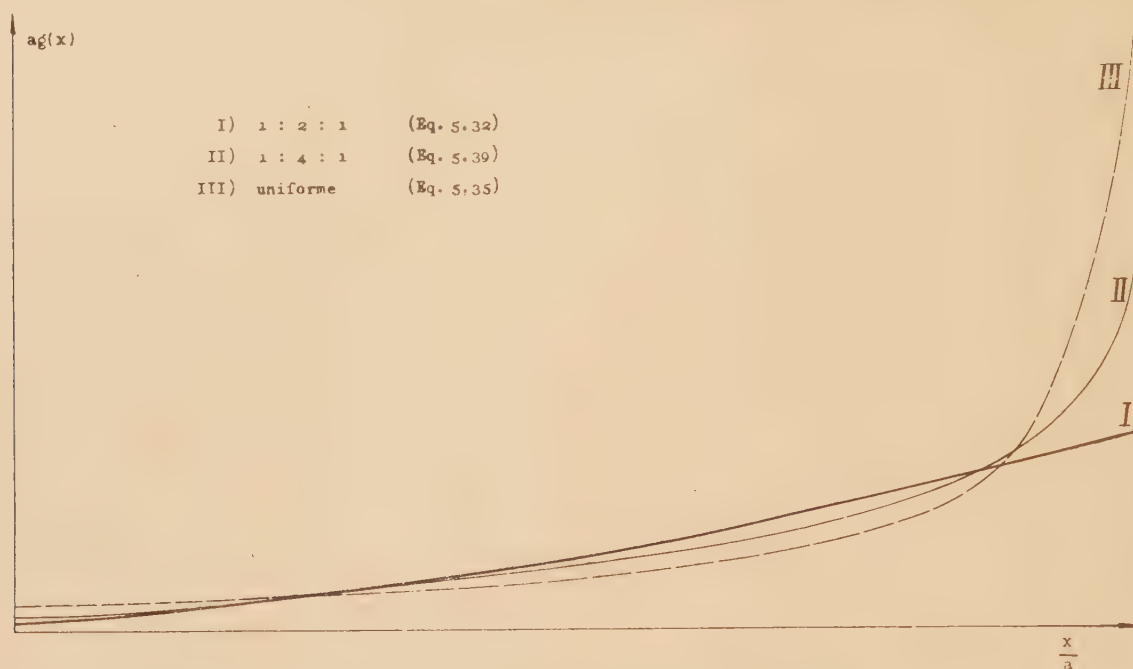


FIG. 5.14. — Distribution des conductances réduites.

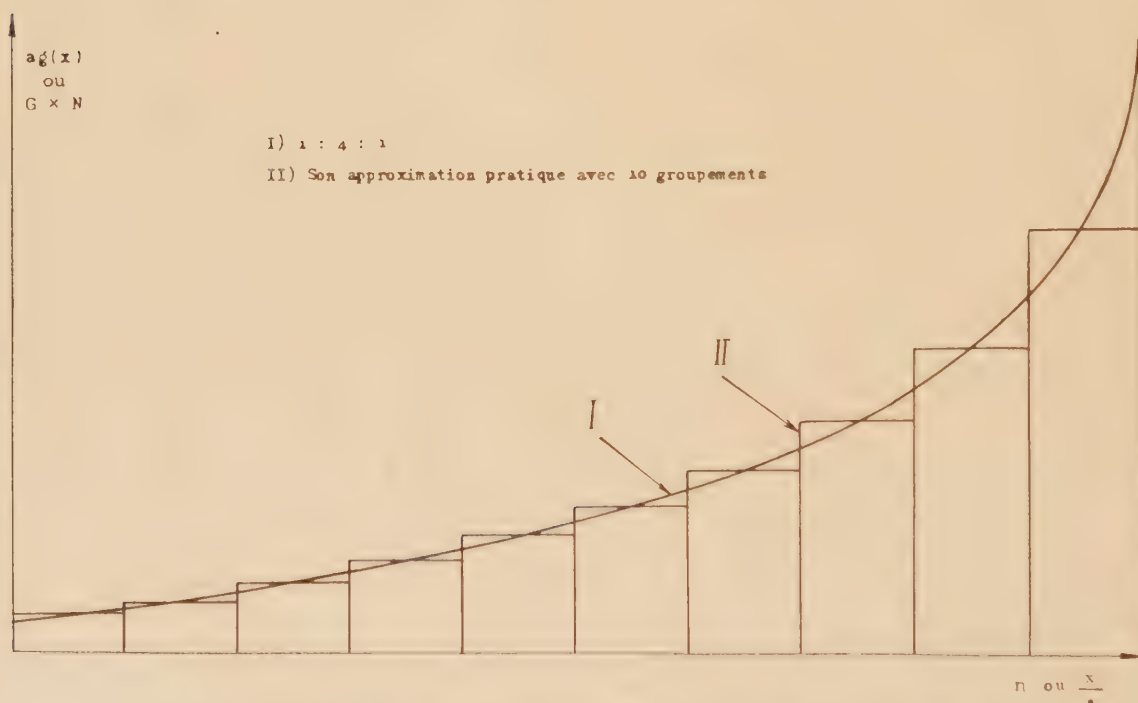


FIG. 5.15. — Distribution des conductances réduites par la méthode des groupements.

plus élevé, on partagera le réseau en plusieurs groupes d'un nombre égal de radiateurs, le dernier groupe pouvant seul avoir un nombre inférieur de radiateurs. Ainsi, si l'on construit un réseau de 28 radiateurs, on pourra prendre $n = 10$, avec neuf groupes de 3 radiateurs et 1 groupe de 1 radiateur. On simplifie ainsi la construction mécanique du réseau.

Si on divise l'ensemble du réseau en n groupes de q radiateurs (sauf peut-être le dernier groupe qui peut en compter moins de q) on formera pour la distribution 1 : 4 : 1 le tableau des quantités.

$$(5.42) \quad Ng_p = g \left[\left(v + \frac{1}{2} \right) (qu) \right] \times u \{ 2 + \sin [(v + 1/2)(q\pi/N)] \}^2 / \Lambda$$

$$A = \left(\frac{9}{2} + \frac{4}{\pi}\right) + \frac{r}{1-r} \left(\frac{9}{2} + \frac{8}{\pi}\right) - \frac{9}{2} \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \frac{q}{N} + \\ + \frac{4}{\pi} \cos\left(\nu + \frac{1}{2}\right) \frac{q\pi}{N} + \frac{1}{4\pi} \sin 2\left(\nu + \frac{1}{2}\right) \frac{q\pi}{N},$$

avec

$$\nu = 1, 2, \dots, n \\ \nu q \leq p \leq (\nu + 1)q.$$

Ces valeurs sont données par le tableau 5.1 pour plusieurs valeurs de n . Pour la distribution uniforme, c'est le tableau 5.2 qui donne les valeurs de Ng_p :

TABLEAU 5.1

TABLE DE Ng (CHARPENTE)

GROUPE	Ng (1 : 4 : 1 CHARPENTE)				
1	0,53	0,51	0,50	0,49	0,48
2	0,91	0,85	0,79	0,74	0,71
3	1,44	1,28	1,16	1,06	0,99
4	2,23	1,99	1,65	1,47	1,35
5	3,45	2,89	2,34	2,03	1,80
6	5,10	4,40	3,09	2,89	2,40
7	7,08	6,14	3,64	3,28	3,05
8	9,65	8,20	4,38	3,85	3,50
9		9,75	5,45	4,56	4,04
10			6,87	5,58	4,75
11				6,97	5,74
12					6,92

La figure 5.15 représente l'approximation de la distribution 1 : 4 : 1 de la courbe III de la figure 5.14 par l'association des radiateurs en dix groupes.

TABLEAU 5.2

TABLE DE Ng (UNIFORME)

GROUPE	Ng (DISTRIBUTION UNIFORME)				
1 et 2	1,01	1,00	1,00	0,99	0,99
3 et 4	1,15	1,13	1,11	1,09	1,08
5 et 6	1,35	1,29	1,25	1,21	1,18
7 et 8	1,63	1,51	1,42	1,36	1,31
9 et 10	2,05	1,81	1,66	1,55	1,47
11	2,53				
12	2,98	2,27	1,99	1,81	1,68
13	3,68	2,78			
14	4,77	3,30	2,48	2,16	1,96
15	6,83	4,04	3,05	2,54	
16	11,87	5,21	3,60	2,88	2,34
17		7,36	4,39	3,31	2,74
18		12,82	5,61	3,89	3,08
19			7,84	4,73	3,54
20			12,82	6,01	4,15
21				8,33	5,93
22				13,38	6,37
23					8,63
24					13,57

Les figures 5.16 et 5.17 représentent la construction du facteur du réseau F pour une distribution 1 : 4 : 1 à 28 radiateurs répartis en dix groupes (9 groupes de 3 et 1 groupe de 1) ; la distribution étant à φ_p constant (on peut prendre, comme nous l'avons vu : $\varphi_p = 0$).

On obtient la figure 5.16 en faisant, pour les diverses valeurs de θ de l'intervalle $\left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right)$, la sommation de l'équation (5.7). La courbe obtenue est donc graduée en θ par cette construction et le rayon vecteur représente $|F|$ pour chaque valeur de θ ; on a construit sur la figure 5.17 la représentation polaire de la fonction $|F|$ de θ . Pour tracer le diagramme de rayonnement en champ d'un réseau donné, il convient de multiplier le rayon vecteur de cette représentation polaire par $e(\theta, \psi)$ (cf. § 5.2). Les grands lobes de $|F|$ pour $\theta = 43^\circ$ et $\theta = -54^\circ 15'$ donnent des lobes secondaires importants si les radiateurs élémentaires ne sont pas très directifs ; mais ils peuvent correspondre à un rayonnement peu important dans le cas contraire, et surtout s'ils correspondent à un « trou » du rayonnement $e(\theta, \psi)$. Le lobe $\theta = 43^\circ$ correspond à $\sin \theta = \lambda_0/\lambda_g$ et est indépendant de l'espacement u et de la distribution des φ_p . Pour le ramener vers $\theta = \pi/2$ il faut diminuer λ_g (*).

5.18. Charges terminales. — On peut placer à l'extrémité d'un réseau en onde progressive, pour absorber la puissance rP_0 non rayonnée par le

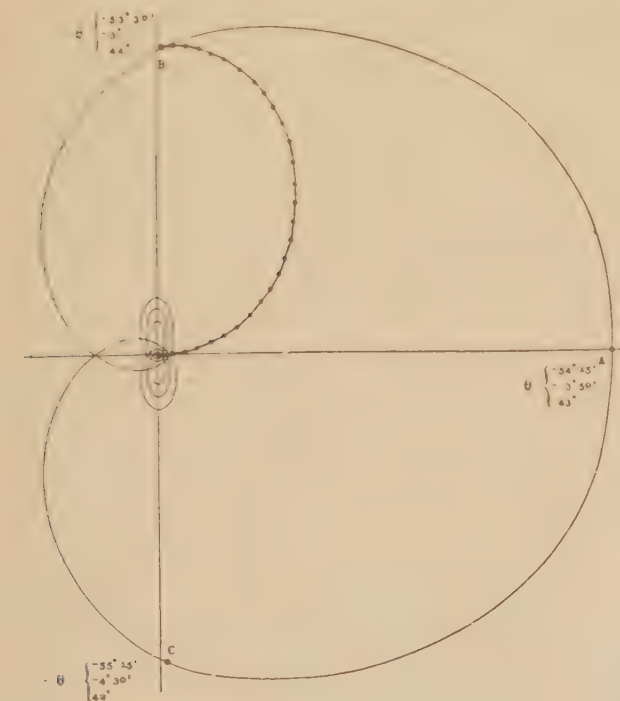


FIG. 5.16. — Construction du module du facteur de réseau F en fonction de θ . La ligne brisée représente la sommation des 28 nombres complexes.

$$\sum_{p=0}^{p=27} \alpha_p e^{2\pi j p u} (\sin \theta/\lambda - 1/\lambda_g).$$

(*) Les raisonnements que nous avons faits tout au long de ce chapitre portent sur les champs rayonnés à l'infini, et supposent que les radiateurs du réseau considéré ne réagissent pas les uns sur les autres.

réseau, soit une charge absorbante, soit une charge rayonnante.

Pour la construction des charges absorbantes, on se reportera à l'ouvrage *Microwave Measurements*, par C. G. DE MONTGOMERY [15].

Les charges rayonnantes sont formées par un groupe de radiateurs en général semblables à ceux du réseau principal, mais montés en réseau résonnant. La distance entre le dernier radiateur du

magnétique *Waves* [9]. Pour faciliter la présentation de notre travail, nous serons obligés de rétablir ces équations ; nous les étudierons d'une façon plus approfondie et nous en tirerons des conséquences qui ne paraissent pas avoir été obtenues jusqu'ici.

6.2. Les équations de Schelkunoff. — En coordonnées cylindriques (ρ, z, φ) (fig. 6.1), les champs électrique et magnétique $\vec{E}$ et $\vec{H}$ consti-

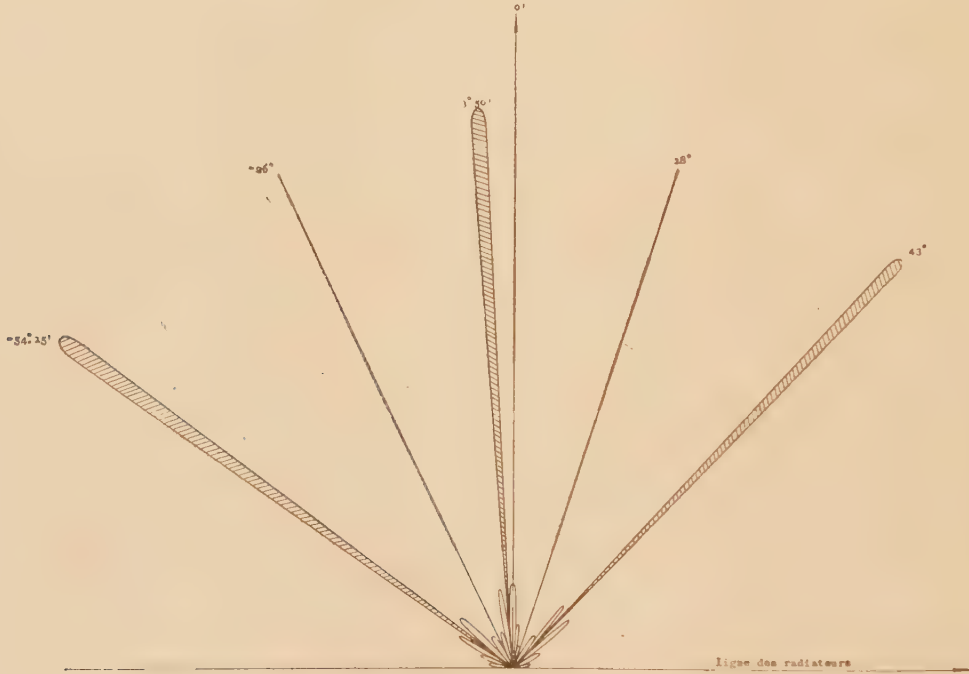


Figure 5.17

FIG. 5.17. — Courbe représentative du facteur de réseau $|F|$ pour un réseau de 28 radiateurs. On n'a figuré que schématiquement les 27 petits lobes secondaires compris entre les lobes principaux.

réseau principal et le premier de la charge doit être telle que le rayonnement de la charge soit une amélioration au rayonnement principal et non une gêne pour lui. La question est assez complexe et ne sera pas abordée plus en détail ici.

CHAPITRE VI

LE CYLINDRE DIÉLECTRIQUE INDÉFINI

6.1. Les sources. — Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'étudier mathématiquement dans quelles conditions une onde progressive peut être guidée par une tige diélectrique non absorbante, cylindrique, de révolution et indéfinie, plongée dans le vide ou un autre diélectrique quelconque non absorbant. Dans le chapitre suivant nous appliquerons ces résultats au radiateur diélectrique cylindrique fini et au cône de révolution d'angle générateur petit.

Les équations du problème de la tige cylindrique indéfinie ont été données d'abord par J. R. CARSON, S. P. MEAD et S. A. SCHELKUNOFF en 1936 [8] et mises sous forme plus condensée, mais plus utilisable, dans l'ouvrage de S. A. SCHELKUNOFF, *Elec-*

tuant les ondes progressives dans la direction de Oz positif sont donnés par les équations suivantes :

Ondes TM (transverses magnétiques)

$$\begin{aligned} E_z &= A_n J_n(\chi_n \rho) \cos n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t} \\ E_\rho &= -A_n (\Gamma_n / \chi_n^2) J'_n(\chi_n \rho) \cos n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t} \\ E_\varphi &= A_n (n\Gamma_n / \chi_n^2) \rho J'_n(\chi_n \rho) \sin n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t} \\ H_z &= 0 \\ H_\rho &= -A_n j\omega (\varepsilon / \chi_n^2) \rho J'_n(\chi_n \rho) \sin n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t} \\ H_\varphi &= -A_n j\omega (\varepsilon / \chi_n) J'_n(\chi_n \rho) \cos n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t}. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Ondes TE (transverses électriques)

$$\begin{aligned} E_z &= 0 \\ E_\rho &= -B_n j\omega (\mu / \chi_n^2) J'_n(\chi_n \rho) \cos n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t} \\ E_\varphi &= B_n j\omega (\mu / \chi_n) J'_n(\chi_n \rho) \sin n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t} \\ H_z &= B_n J_n(\chi_n \rho) \sin n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t} \\ H_\rho &= -B_n (\Gamma_n / \chi_n^2) J'_n(\chi_n \rho) \sin n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t} \\ H_\varphi &= -B_n (n\Gamma_n / \chi_n^2) J'_n(\chi_n \rho) \cos n\varphi e^{-\Gamma_n z + j\omega t}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Dans ces équations, n est un nombre entier caractéristique du mode, Γ_n est la constante de propagation le long de l'axe Oz, ω est la pulsation de l'onde de fréquence f , ε est la constante diélectrique du milieu et μ sa perméabilité magnétique. A_n et B_n sont des coefficients d'amplitude. J_n représente une

fonction de BESSEL que nous préciserons plus loin ; χ_n est donné par la relation

$$(6.3) \quad \chi_n^2 = \Gamma_n^2 + \omega^2 \varepsilon \mu.$$

Dans la suite de l'exposé, nous désignerons par a le rayon du cylindre de révolution qui constitue la

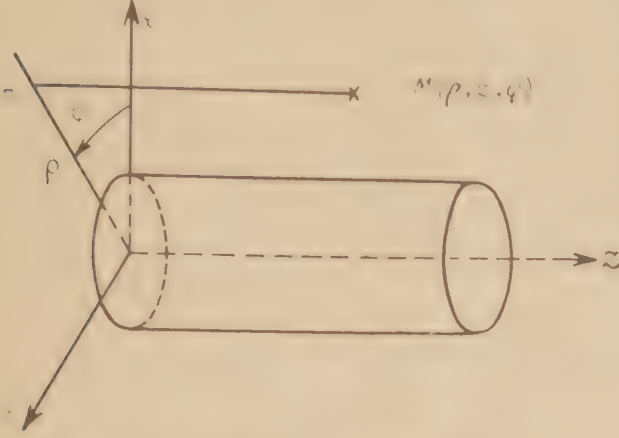


FIG. 6.1. — Le système de coordonnées auquel on rapporte le cylindre diélectrique.

tige diélectrique étudiée, par ε_1, μ_1 , les constantes caractéristiques (*) de la substance qui la constitue, par ε_2, μ_2 celles du milieu extérieur. Si ε_0, μ_0 sont celles du vide, la vitesse de propagation dans le vide sera $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. Nous désignerons par λ_0 la longueur d'onde dans le vide correspondant à la fréquence f , par λ_1, λ_2 les longueurs d'onde dans les milieux de constantes caractéristiques $(\varepsilon_1, \mu_1), (\varepsilon_2, \mu_2)$. Les lettres sans indices ε, μ désigneront par la suite des constantes caractéristiques relatives, par rapport au vide.

Dans les équations (6.1) et (6.2), s'il s'agit de la configuration des ondes à l'intérieur de la tige diélectrique, les champs ne peuvent devenir infinis sur l'axe Oz. On doit donc prendre obligatoirement pour la fonction $\mathcal{J}_n$ la fonction de BESSEL de première espèce $\mathcal{J}_n$. A l'extérieur de la tige diélectrique, les champs doivent physiquement s'annuler à l'infini ; nous prendrons pour fonction J_n la fonction de BESSEL de troisième espèce H_n^1 qui s'annule à l'infini ; nous aurons besoin par la suite de l'identité

$$(6.4) \quad H_n^1(jz) = -j^{n-1} 2 K_n(z)/\pi$$

$K_n(z)$ fonction de BESSEL modifiée de deuxième espèce.

Conditions aux limites. — La surface de séparation de deux milieux diélectriques impose, comme condition de compatibilité des champs dans les deux milieux, la continuité des champs tangentiels. Sauf pour les modes à symétrie circulaire ($n=0$) auxquels nous consacrerons le paragraphe 6.5, il n'est pas possible d'assurer cette continuité en associant une onde intérieure et une onde extérieure du type TE seul ou du type TM seul, car on aurait trois relations

pour déterminer le rapport A_{1n}, B_{1n} ou B_{1n}/A_{1n} et nous ne disposerions que d'un paramètre Γ_n . Nous associerons donc une onde TE et une onde TM de même indice n et nous aurons ainsi quatre relations homogènes (6.5) pour déterminer les coefficients $A_{1n}, A_{2n}, B_{1n}, B_{2n}$ en égalant les valeurs de $E_z, E_\varphi, H_z, H_\varphi$ pour les deux milieux sur le cylindre $\rho = a$. Ce sont ces équations qui exprimeront la continuité des champs tangentiels sur la surface de séparation. Dans la suite, comme nous l'avons déjà fait pour A_n et B_n , nous affecterons de l'indice 1 toutes les quantités qui se rapportent au milieu de la tige diélectrique cylindrique ($\rho < a$), et de l'indice 2 les quantités qui se rapportent au milieu extérieur ($\rho > a$). Pour simplifier l'écriture, nous sous-entendrons aussi l'indice n , sauf pour les fonctions de BESSEL, et la notation H_n remplacera la notation H_n^1 de la fonction de HANKEL. Les relations de continuité s'écrivent ainsi :

$$(6.5) \quad \begin{aligned} A_1 J_n(\chi_1 a) &= A_2 H_n(\chi_2 a) \\ B_1 J_n(\chi_2 a) &= B_2 H_n(\chi_2 a) \\ A_1 (n\Gamma/\chi_1^2 a) J_n(\chi_1 a) + B_1 j\omega(\mu_1/\chi_1) J_n'(\chi_1 a) \\ &= A_2 (n\Gamma/\chi_2^2 a) H_n(\chi_2 a) + B_2 j\omega(\mu_2/\chi_2) H_n'(\chi_2 a) \\ A_1 j\omega(\varepsilon_1/\chi_1) J_n'(\chi_1 a) + B_1 (n\Gamma/\chi_1^2 a) J_n(\chi_1 a) \\ &= A_2 j\omega(\varepsilon_2/\chi_2) H_n'(\chi_2 a) + B_2 (n\Gamma/\chi_2^2 a) H_n(\chi_2 a) \end{aligned}$$

équations où χ_1 et χ_2 sont donnés, d'après l'équation (6.3) par

$$(6.6) \quad \begin{aligned} \chi_1^2 &= \Gamma^2 + \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1 \\ \chi_2^2 &= \Gamma^2 + \omega^2 \varepsilon_2 \mu_2. \end{aligned}$$

Le système (6.5) est un système linéaire de quatre équations homogènes en A_1, A_2, B_1, B_2 qui ne sera compatible en solutions non nulles que sous une certaine condition. Posons pour la trouver suivant la méthode de SCHELKUNOFF :

$$(6.7) \quad \chi_1 a = p \quad \chi_2 a = q$$

et

$$(6.8) \quad \begin{aligned} A_1 J_n(p) &= A_2 H_n(q) = S \\ B_1 J_n(p) &= B_2 H_n(q) = T. \end{aligned}$$

En portant ces valeurs dans les deux dernières équations (6.5), il vient :

$$(6.9) \quad \begin{aligned} \frac{n\Gamma}{j\omega} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right) S &= \left(-\mu_1 \frac{J_n'(p)}{p J_n(p)} + \mu_2 \frac{H_n'(q)}{q H_n(q)} \right) T \\ \left[\varepsilon_1 \frac{J_n'(p)}{p J_n(p)} - \varepsilon_2 \frac{H_n'(q)}{q H_n(q)} \right] S &= -\frac{n\Gamma}{j\omega} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right) T \end{aligned}$$

L'élimination de S et T donne la relation :

$$(6.10) \quad \begin{aligned} \varepsilon_1 \mu_1 \left[\frac{J_n'(p)}{p J_n(p)} \right]^2 - (\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1) \frac{J_n'(p)}{p J_n(p)} \frac{H_n'(q)}{q H_n(q)} \\ + \varepsilon_2 \mu_2 \left[\frac{H_n'(q)}{q H_n(q)} \right]^2 + \frac{n^2 \Gamma^2}{\omega^2} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right)^2 = 0. \end{aligned}$$

Mais les équations (6.6) et (6.7) permettent d'écrire :

$$(6.11) \quad \omega^2 = \frac{p^2 - q^2}{a^2(\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2)}, \quad \Gamma^2 = \frac{\varepsilon_1 \mu_1 q^2 - \varepsilon_2 \mu_2 p^2}{a^2(\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2)},$$

(*) Dans tout ce qui suit, nous appellerons constantes caractéristiques d'un milieu l'ensemble de la constante diélectrique et de la perméabilité magnétique.

ce qui permet de transformer l'équation (6.10) en l'équation

$$(6.12 a) \quad \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{p^2} \left[\frac{J'_n(p)}{J_n(p)} \right]^2 - \frac{(\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1)}{pq} \frac{J'_n(p)}{J_n(p)} \frac{H'_n(q)}{H_n(q)} + \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{q^2} \left[\frac{H'_n(q)}{H_n(q)} \right]^2 = n^2 \left(\frac{\varepsilon_1 \mu_1}{p^2} - \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{q^2} \right) \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right)$$

équation qui peut encore se mettre sous la forme

$$(6.12 b) \quad \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{p^2} \frac{J_{n-1}(p)}{[J_n(p)]^2} + \frac{\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1}{pq} \frac{J'_n(p)}{J_n(p)} \frac{H'_n(q)}{H_n(q)} + \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{q^2} \frac{H_{n-1}(q)}{[H_n(q)]^2} = \frac{n^2}{pq} (\varepsilon_1 \mu_1 + \varepsilon_2 \mu_2).$$

Sous la forme (6.12 a) ou (6.12 b), on obtient ainsi la condition de compatibilité. Nous désignerons par la suite sous le nom d'équations de SCHELKUNOFF l'une ou l'autre des équations (6.12 a ou b). Étant données les constantes caractéristiques (ε_1, μ_1) , (ε_2, μ_2) , la pulsation ω et le rayon a du cylindre, la première équation (6.11) et l'équation (6.12 a) déterminent p et q . L'une des équations (6.9) détermine alors le rapport S/T ; et les équations (6.8) détermineront par suite les rapports de trois des coefficients A_1, B_1, A_2, B_2 au quatrième. Tenant compte des valeurs de χ_1, χ_2 données par les équations (6.7), la distribution des champs est alors parfaitement déterminée.

Autre forme des équations de SCHELKUNOFF. — Le calcul précédent fait intervenir la fonction H_n , peu commode pour le calcul; tenant compte de l'équation (6.4) et posant

$$(6.13) \quad q = j q^* \quad \chi_2 = j k.$$

L'équation de SCHELKUNOFF et les équations (2.11) deviennent

$$(6.14) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{p^2} \left[\frac{J'_n(p)}{J_n(p)} \right] + \frac{\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1}{pq^*} \frac{J'_n(p)}{J_n(p)} \frac{K'_n(q^*)}{K_n(q^*)} \\ & + \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{q^{*2}} \left[\frac{K'_n(q^*)}{K_n(q^*)} \right]^2 \\ & n^2 \left(\frac{\varepsilon_1 \mu_1}{p^2} + \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{q^{*2}} \right) \left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^{*2}} \right) \\ & p^2 + q^{*2} = a^2 \omega^2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2) \\ & \Gamma^2 = -(\varepsilon_1 \mu_1 q^{*2} + \varepsilon_2 \mu_2 p^2) / a^2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2). \end{aligned} \right.$$

On n'a ainsi que des variables réelles. Pour tout système réel (p, q^*) de racines du système formé par les deux premières équations, on trouve dans la pratique $(\varepsilon_1 > \varepsilon_2; \mu_1 = \mu_2 = \mu_0)$ pour Γ un nombre imaginaire pur

$$(6.15) \quad \Gamma = j 2\pi / \lambda_0,$$

ce qui définit une longueur d'onde guidée λ_0 pour une onde progressive non atténuée se propageant le long de la tige diélectrique.

La première équation (6.14) peut encore s'écrire, par analogie avec l'équation (6.12 b)

$$\frac{-\varepsilon_1 \mu_1 J_{n-1}(p)}{p^2 [J_n(p)]^2} + \frac{\varepsilon_2 \mu_1 + \varepsilon_1 \mu_2}{pq^*} \frac{J'_n(p)}{J_n(p)} \frac{K'_n(q^*)}{K_n(q^*)} + \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{q^{*2}} \frac{K_{n-1}(q^*)}{[K_n(q^*)]^2} = n^2 \frac{\varepsilon_1 \mu_1 + \varepsilon_2 \mu_2}{p^2 q^{*2}}.$$

Quand q^* augmente indéfiniment, la quantité $K'_n(q^*)/[q^* K_n(q^*)]$ est équivalente à $-1/(2q^{*2}) + \dots$. Par suite, l'équation (6.16) se réduit à

$$J_{n-1}(p) J_{n+1}(p) = 0.$$

La courbe cartésienne représentative de l'équation implicite (6.16) aux variables (p, q^*) admet pour asymptotes les droites qui ont pour abscisses p les racines de $J_{n-1}(p)$ et celles de $J_{n+1}(p)$ (sauf peut-être l'axe Oq^* , car la valeur $p = 0$ doit être étudiée séparément).

Cherchons les points de la courbe situés sur l'axe $q^* = 0$; mettant sous forme entière l'équation (6.14) et remarquant que, quand q^* tend vers zéro, l'expression $K'_n(q^*)/[q^* K_n(q^*)]$ est équivalente, si n est différent de 0 et de 1, à l'expression $-n^2/q^{*2} + 1/2(n-1) + \alpha q^{*2} + \dots$, on aura :

$$\varepsilon_1 \mu_1 [J'_n(p)]^2 q_1^2 + (\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1) p J'_n(p) J_n(p) \left[-n + \frac{q^{*2}}{2(n-1)} + \alpha q^{*4} + \dots \right] + \varepsilon_2 \mu_2 [J_n(p)]^2 p^2 \left[\frac{n^2}{q_1^2} - \frac{n}{n-1} + \dots \right] - n^2 \left[\varepsilon^2 \mu^2 \frac{p^2}{q_1^2} + (\varepsilon_1 \mu_1 + \varepsilon_2 \mu_2) + \varepsilon_1 \mu_1 \frac{q^{*2}}{p^2} \right] [J_n(p)]^2 = 0.$$

Les termes en $1/q^{*2}$ disparaissent. L'équation précédente, ordonnée suivant les puissances décroissantes de q^* , s'écrit :

$$\left[-\frac{n \varepsilon_2 \mu_2}{n-1} p^2 - n^2 (\varepsilon_1 \mu_1 + \varepsilon_2 \mu_2) - n (\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1) p \frac{J'_n(p)}{J_n(p)} \right] + q^{*2} (\dots) = 0.$$

Les points sur l'axe Op s'obtiennent en annulant l'ensemble des termes qui ne contiennent pas q^* , ce qui donne :

$$(6.17) \quad \frac{1}{p} \frac{J'_n(p)}{J_n(p)} = \frac{-\varepsilon_2 \mu_2}{n-1} \frac{1}{\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1} - \frac{n}{p^2} \frac{\varepsilon_1 \mu_1 + \varepsilon_2 \mu_2}{\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1}.$$

En traçant, sur la figure 6.2, les courbes représentatives des fonctions de p figurant aux deux membres et en désignant par $s_{n1}, s_{n2}, \dots$ et $s'_{n1}, s'_{n2}, \dots$ les zéros de J_n et de J'_n , on voit qu'on trouve une série d'intersections des deux courbes qui donnent les valeurs de p correspondant à $q^* = 0$ dans l'équation de SCHELKUNOFF. On voit aisément en multipliant au besoin par p^2 les deux membres de l'équation (6.17) que $p = 0$ n'est pas solution de l'équation de SCHELKUNOFF. Donc la courbe admet l'axe Oq^* pour asymptote, correspondant à la racine $p = 0$ de J_{n-1} . Dans le cas où $n = 1$, l'expression $K'_n(q^*)/[q^* K_n(q^*)]$ est équivalente à $-1/q^{*2} + \text{Log } q^* + \dots$ quand q^* tend vers zéro. En tenant compte de cette remarque, l'équation de SCHELKUNOFF devient :

$$\varepsilon_1 \mu_1 [J_1(p)]^2 q^* + (\varepsilon_1 \mu_2 + \varepsilon_2 \mu_1) p q^* J'_1(p) J_1(p) \times [1 - q^{*2} \text{Log } q^* + \dots] + \varepsilon_2 \mu_2 [J_1(p)]^2 p^2 [1/q^{*2} - 2 \text{Log } q^* + \dots] - [\varepsilon_2 \mu_2 p^2/q^{*2} + (\varepsilon_1 \mu_1 + \varepsilon_2 \mu_2) + \varepsilon_1 \mu_1 q^{*2}/p^2] [J_1(p)]^2 = 0.$$

Les termes en $1/q^{*2}$ disparaissent. Les termes prépondérants sont les termes en $\text{Log } q^*$ et le terme indépendant de q^* . Ils ne peuvent s'annuler pour

valeurs de q^* correspondant à $p = 0$ montre qu'il n'existe pas de telles valeurs en dehors de l'origine.

Méthode pratique d'étude pour un mode quelconque.

— Ayant effectué le tracé des courbes cartésiennes représentatives de l'équation de SCHELKUNOFF pour les diverses valeurs de n , on cherche leurs intersections avec le cercle dont l'équation est la deuxième équation (6.14). Les valeurs trouvées pour p et q^* permettent de déterminer la distribution des champs dans les modes possibles.

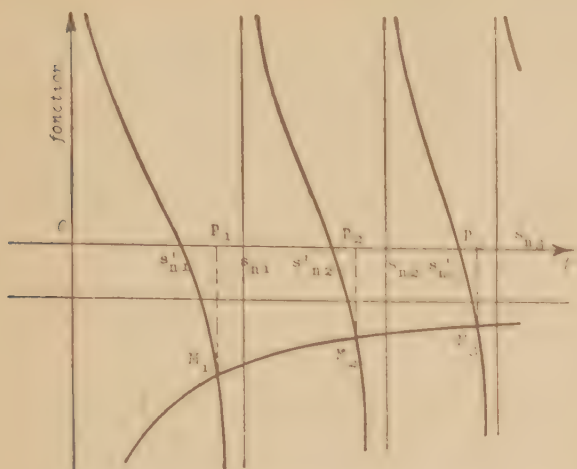


FIG. 6.2. — Construction des points $M_1, M_2, M_3, \dots$

6.3. Étude détaillée du cas $n = 1$. — Comme nous l'avons vu au chapitre III, le mode prédominant, à cause des méthodes d'excitation utilisées et du but physique qu'on se propose, correspond à la valeur 1 du nombre n .

Nous tiendrons compte dans ce paragraphe du fait que pratiquement, pour la plupart des diélectriques, la perméabilité magnétique est la même que celle du vide ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$) (*). Nous poserons ensuite $\epsilon_1/\epsilon_2 = \epsilon$. Tenant compte de ce que

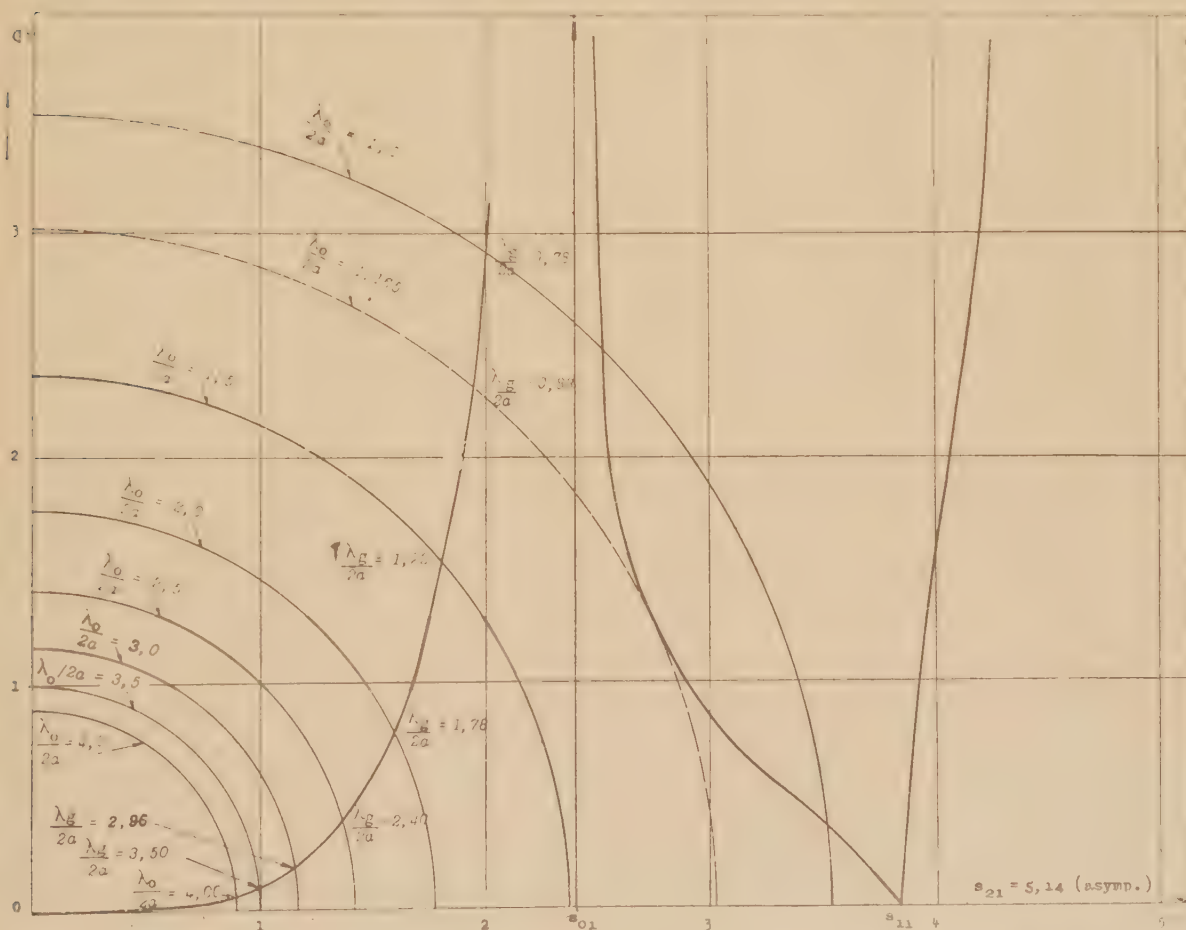


FIG. 6.3. — Courbe de Schelkunoff pour $\epsilon = 2,25$.

$q^* = 0$ que si p est un zéro de $J_1(p)$. Le point $p = 0, q^* = 0$ satisfait, pour $n = 1$, à l'équation de SCHELKUNOFF.

Un calcul analogue effectué pour chercher les

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/\lambda_0 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0},$$

les valeurs de p et q^* seront déterminées par le système

(*) Ou plutôt nous nous bornerons à l'étude de tels diélectriques.

(6.18)

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{\varepsilon}{p^2} \left[\frac{J_1'(p)}{J_1(p)} \right]^2 + \frac{\varepsilon+1}{pq^*} \frac{J_1'(p)}{J_1(p)} \frac{K_1'(q^*)}{K_1(q^*)} \\ &+ \frac{1}{q^{*2}} \left[\frac{K_1'(q^*)}{K_1(q^*)} \right]^2 = \left(\frac{\varepsilon}{p^2} + \frac{1}{q^{*2}} \right) \left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^{*2}} \right) \\ &p^2 + q^{*2} = [(2\pi a)^2 / \lambda_0^2] [\varepsilon - 1]. \end{aligned} \right.$$

Une valeur ε intéressante et que nous avons utilisée est $\varepsilon = 2,25$; c'est le cas du polythène plongé dans l'air.

Pour ce corps, nous avons tracé sur la figure 6.3 la courbe représentative de l'équation de SCHELKUNOFF et un certain nombre de cercles représentant la deuxième équation (6.18) et correspondant à diverses valeurs de $\lambda_0/2a$ (rapport de la longueur d'onde dans le vide au diamètre de la tige cylindrique, et nous avons marqué pour chacun des points obtenus la valeur de λ_g ($\Gamma = 2\pi j/\lambda_g$). En vertu de la dernière équation (6.14) et de l'équation (6.15), on a :

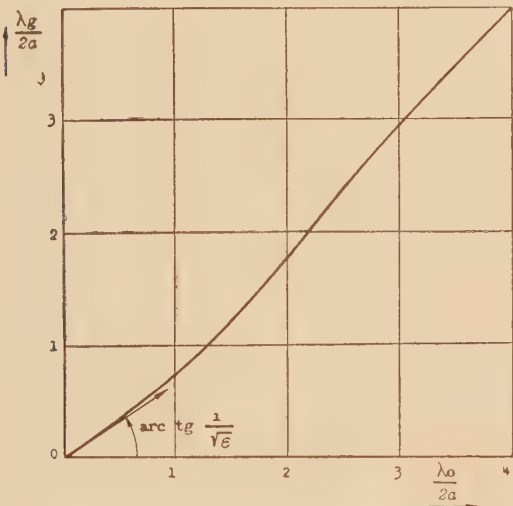


FIG. 6.4. — Courbe donnant la variation de $\lambda_g/2a$ en fonction de $\lambda_0/2a$ quand on décrit la branche issue de l'origine de la courbe de la figure 6.3 ($\varepsilon = 2,25$).

(6.19)

$$\lambda_g = 2\pi a \sqrt{\varepsilon - 1} / \sqrt{p^2 + \varepsilon q^{*2}}$$

ou

(6.20)

$$\lambda_g/2a = \pi \sqrt{\varepsilon - 1} / \sqrt{p^2 + \varepsilon q^{*2}}.$$

On peut ainsi, pour une valeur de ε donnée, tracer la courbe donnant $\lambda_g/2a$ en fonction de $\lambda_0/2a$. C'est ce que nous avons fait sur la figure 6.4.

Nous avons résolu complètement dans un cas particulier le système formé par les équations (6.8) et (6.9) afin de voir quelle est, dans un mode complexe de propagation dans une tige diélectrique, la proportion des ondes du type électrique et du type magnétique.

Nous avons pris pour cela une tige de polythène de constante diélectrique $\varepsilon = 2,25$, de diamètre $2a = 0,016$ mètre (16 mm), utilisée à une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0,032$ m (3,2 cm). Les deux équations (6.9) sont compatibles à cause de l'équation de SCHELKUNOFF qui nous a permis de déterminer p et q^* .

On a alors trouvé :

$$S = 2,4055, \quad T = 0,03873$$

et on déduit des équations (6.8)

$$\begin{aligned} A_1 &= 4,241, & A_2 &= -4,138; \\ B_1 &= 0,06828, & B_2 &= -0,06663. \end{aligned}$$

La valeur relativement faible des B par rapport aux A ne prouve pas que les modes électriques transportent beaucoup moins d'énergie que les modes magnétiques, car les rapports B_1/A_1 ou B_2/A_2 sont de l'ordre de grandeur de $\sqrt{\varepsilon_0}/\sqrt{\mu_0} = 1/120\pi$, impédance intrinsèque de l'espace, et B_1/A_1 en particulier représente le rapport $(E_z)_{TE}/(H_z)_{TM}$.

La résolution des équations (6.18) et (6.20) a donné les tableaux de valeurs (6.1) et (6.2) qui ont permis la construction des courbes des figures (6.5), (6.6) et (6.7).

TABLEAU 6.1
COURBES DE SCHELKUNOFF (fig. 6.5).

$\varepsilon = 2$									
$p = 1,283$	1,398	1,452							
$q^* = 0,33$	0,49	10,59							
$\varepsilon = 2,25$									
$p = 1,044$	1,408	1,523	1,574	1,608	1,667	1,798	1,909		
$q^* = 0,085$	0,46	0,65	0,77	0,84	1,03	1,50	2,14		
$\varepsilon = 3$									
$p = 1,684$	1,776	1,817	1,840	1,884					
$q^* = 0,82$	1,11	1,27	1,57	1,61					
$\varepsilon = 4$									
$p = 1,897$	1,956	1,977	1,994	2,026					
$q^* = 1,29$	1,66	1,86	1,98	2,26					
$\varepsilon = 5$									
$p = 2,006$	2,048	2,063	2,080	2,094					
$q^* = 1,73$	2,14	2,36	2,49	2,81					

TABLEAU 6.2
VALEURS CALCULÉES DE $\lambda_g/2a$ EN FONCTION DE $\lambda_0/2a$ POUR DIVERSES VALEURS DE ε

$\lambda_0/2a$	3,35	2,36	2,12	2,01	1,93	1,79	1,50	1,22
$\varepsilon = 2$		2,30	2,015	1,88				
$\varepsilon = 2,25$	3,34	2,24	1,94	1,80	1,72	1,55	1,32	0,942
$\varepsilon = 3$		2,02	1,70	1,56	1,48	1,32		
$\varepsilon = 4$		1,70	1,41	1,295	1,23	1,1025		
$\varepsilon = 5$		1,445	1,31	1,115	1,06	0,951		

6.4. Étude de divers diélectriques. — Nous avons aussi construit les courbes représentatives de l'équation de SCHELKUNOFF pour d'autres valeurs de ε , mais seulement au voisinage de la région qui nous sera utile expérimentalement, c'est-à-dire de celle où λ_g est de l'ordre de λ_0 . Toutes ces courbes admettent pour asymptotes verticales les droites dont l'abscisse p est une racine de J_0 ou une racine de J_2 , et elles passent par l'origine. Ces courbes sont les unes au-dessous des autres dans la portion utile et elles sont d'autant plus basses que ε est plus grand. On peut observer cette disposition sur la figure 6.5. Il est à remarquer qu'on doit conserver la même échelle sur les axes Op et Oq^* si on veut utiliser pour la détermination du point de fonctionnement les cercles $p^2 + q^{*2} = [(2\pi a)^2 / \lambda_0^2] [\varepsilon - 1]$.

Sur la figure 6.6 on a représenté le réseau des courbes donnant $\lambda_g/2a$ en fonction de $\lambda_0/2a$ quand



FIG. 6.5. — Courbes de Schelkunoff pour diverses constantes diélectriques. Le point marqué sur chaque courbe correspond à $\lambda_0/2a = 2$; ce point est en général dans la région d'utilisation.

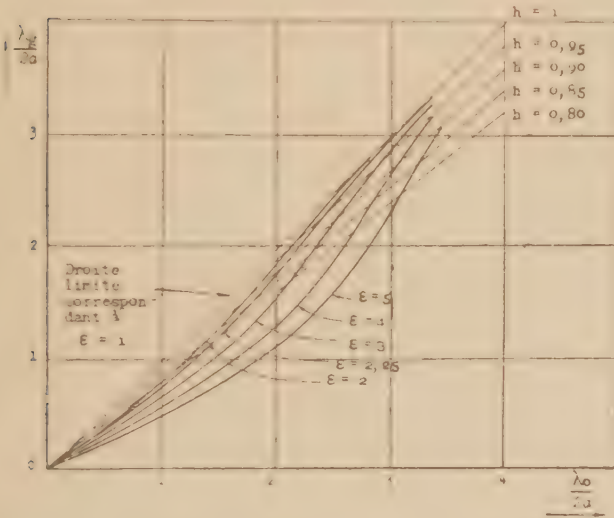


FIG. 6.6. — Courbes donnant $\lambda_g/2a$ en fonction de $\lambda_0/2a$ pour différentes valeurs de ε . Les droites en pointillé sont celles des rapports $h = \lambda_g/\lambda_0$ constants dont on aura besoin par la suite.

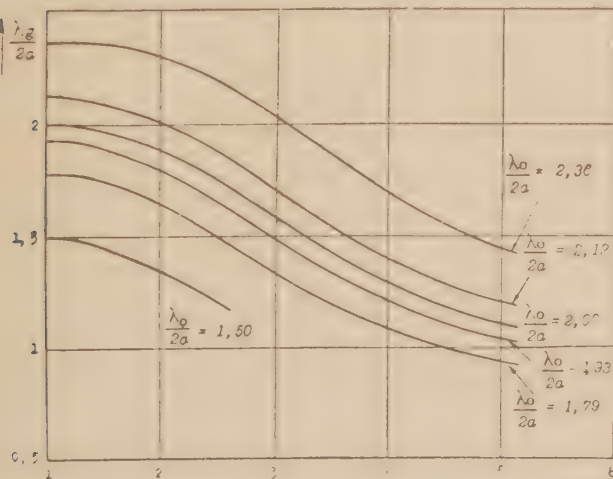


FIG. 6.7. — Courbes donnant $\lambda_g/2a$ en fonction de ε pour diverses valeurs de $\lambda_0/2a$.

ε varie, et sur la figure 6.7 les réseaux des courbes donnant $\lambda_0/2a$ en fonction de ε , quand $\lambda_0/2a$ varie.

Toutes ces courbes des figures 6.3 à 6.7 nous serviront dans le chapitre VII pour déterminer les dimensions d'un radiateur diélectrique.

6.5. Modes à symétrie de révolution. — Il est à remarquer que, pour les modes à symétrie de révolution, on peut avoir une onde TE seule ou une onde TM seule. Ces modes correspondent à la valeur zéro pour l'indice n , ce qui permet d'écrire la raccordement des champs tangentiels en faisant intervenir un seul mode pour l'onde intérieure et l'onde extérieure.

Ainsi pour les modes TE_{0m} , le système (6.5) est remplacé par le système

$$(6.21) \quad \begin{aligned} A_1 J_0(\chi_1 a) &= A_2 H_0(\chi_2 a) \\ A_1 j \omega(\varepsilon_1/\chi_1) J'_0(\chi_1 a) &= A_2 j \omega(\varepsilon_2/\chi_2) H'_0(\chi_2 a). \end{aligned}$$

La condition de compatibilité s'écrit :

$$(6.22) \quad (\varepsilon_1/\chi_1) [J'_0(\chi_1 a)/J_0(\chi_1 a)] = (\varepsilon_2/\chi_2) [H'_0(\chi_2 a)/H_0(\chi_2 a)].$$

Cette condition devient, en tenant compte des équations (6.7) et en prenant les fonctions K :

$$(6.23) \quad \varepsilon_1 J'_0(p)/[p J_0(p)] + \varepsilon_2 K'_0(q^*)/[q^* K_0(q^*)] = 0.$$

Un calcul identique pour les modes TM_{0m} donne la condition de compatibilité

$$(6.24) \quad \mu_1 J'_0(p)/p J_0(p) + \mu_2 K'_0(q^*)/q^* K_0(q^*) = 0.$$

En se reportant à l'équation (6.12 a) ci-dessus, on constate qu'elle se décompose bien, pour $n = 0$, en les équations (6.23) et (6.24).

En joignant, comme dans la discussion générale, l'une ou l'autre des équations (6.23) et (6.24) à l'équation (6.25) $\omega^2 = (p^2 + q^{*2})/a^2(\varepsilon_1\mu_1 - \varepsilon_2\mu_2)$ on obtient un système qui détermine p et q^* .

6.6. Répartition de la puissance entre la tige diélectrique et le milieu extérieur. — Proposons-nous d'évaluer le flux de puissance électromagnétique W_i à travers la section droite de la tige diélectrique et celui qui traverse le reste du plan de section droite dans l'espace extérieur, soit W_e .

Si z^* représente l'imaginaire conjugué de la quantité z , on aura :

$$(6.26) \quad W_i = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^a (E_\rho H_\phi^* - E_\phi H_\rho^*) \rho d\rho d\phi$$

$$(6.27) \quad W_e = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_a^\infty (E_\rho H_\phi^* - E_\phi H_\rho^*) \rho d\rho d\phi.$$

Les champs sont donnés par les équations (6.1) et (6.2). À l'intérieur du diélectrique ($\rho < a$), on doit prendre dans ces formules $J_n(\chi_1 \rho) = J_n(p\rho/a)$; à l'extérieur ($\rho > a$), on doit prendre $J_n(\chi_2 \rho) = J_n(jq^*\rho/a) = -j^{n-1}(2/\pi)K_n(q^*\rho/a)$. Les coefficients d'amplitude A_1, B_1, A_2, B_2 sont donnés par les équations

$$(6.28) \quad \begin{aligned} A_1 J_n(p) &= A_2 (-j^{n-1}) (2/\pi) K_n(q^*) = S \\ B_1 J_n(p) &= B_2 (-j^{n-1}) (2/\pi) K_n(q^*) = T \end{aligned}$$

qui se déduisent des formules (6.8); S et T sont liés par des relations qui se déduisent des équations (6.9) en remplaçant la fonction $H(q)$ par sa valeur en

fonction de $K(q^*)$, et p et q^* sont liés par l'équation de SCHELKUNOFF sous la forme (6.18). D'autre part, la constante de propagation Γ est un nombre imaginaire pur $\Gamma = 2\pi j / \lambda_0$.

On a donc :

$$W_i = \frac{\pi}{2} (A_1 A_1^* \varepsilon_1 + B_1 B_1^* \mu_1) \frac{n^2 a^4 2\pi\omega}{p^4 \lambda_0} \int_0^p [J_n(u)]^2 \frac{du}{u} \\ + \frac{\pi}{2} (A_1 A_1^* \varepsilon_1 + B_1 B_1^* \mu_1) \frac{2\pi a^4 \omega}{\lambda_0 p^4} \int_0^p [J'_n(u)]^2 u du \\ + n \frac{\pi a^4}{2 p^4} \times 4\pi^2 \left(\frac{A_1^* B_1}{\lambda_1^2} + \frac{A_1 B_1^*}{\lambda_0^2} \right) [J_n(p)]^2 \quad (n \neq 0)$$

ou encore :

$$W_i = \pi^2 \left[\frac{SS^* \varepsilon_1}{[J_n(p)]^2} + \frac{TT^* \mu_1}{[J_n(p)]^2} \right] n^2 \frac{a^4 \omega}{p^4 \lambda_0} \int_0^p [J_n(u)]^2 \frac{du}{u} \\ + \pi^2 \frac{a^4 \omega}{p^4 \lambda_0} \frac{SS^* \varepsilon_1 + TT^* \mu_1}{[J_n(p)]^2} \int_0^p [J'_n(u)]^2 u du \\ + 2\pi^3 \frac{a^4}{p^4} \left[\frac{S^* T}{\lambda_1^2} + \frac{ST^*}{\lambda_0^2} \right].$$

Or comme S et T sont définis à un coefficient de proportionnalité près, on peut prendre d'après les équations (6.9) :

$$S = -\mu_1 J'_n(p) / p J_n(p) - \mu_2 K'_n(q^*) / q^* K_n(q^*) \\ T = (2\pi n / \omega \lambda_0) (1/p^2 + 1/q^{*2})$$

quantités réelles.

Donc on prendra :

$$(6.29) \quad W_i = \frac{\pi^2 a^4 \omega}{p^4 \lambda_0} (S^2 \varepsilon_1 \\ + T^2 \mu_1) \frac{1}{[J_n(p)]^2} \left[n^2 \int_0^p [J_n(u)]^2 \frac{du}{u} \right. \\ \left. + \int_0^p [J'_n(u)]^2 u du \right] + 2\pi^3 \frac{a^4}{p^4} ST \left(\frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_0^2} \right).$$

Pour W_e , on fera un calcul tout à fait analogue et on trouvera :

$$(6.30) \quad W_e = \frac{\pi^2 a^4 \omega}{q^{*4} \lambda_0} (S^2 \varepsilon_2 + T^2 \mu_2) \frac{1}{[K_n(q^*)]^2} \\ \left[n^2 \int_{q^*}^{\infty} K_n(u) \frac{du}{u} + \int_{q^*}^{\infty} K'_n(u) u du \right] \\ + 2\pi^3 \frac{a^4}{q^{*4}} ST \left(\frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_0^2} \right).$$

avec λ_1 longueur d'onde dans le milieu constitué par la tige diélectrique, et λ_2 longueur d'onde dans le milieu extérieur.

Donc, étant données une tige dont la section droite a pour rayon a et la pulsation ω de l'onde électromagnétique, on peut trouver le point de fonctionnement sur la courbe représentative de l'équation de SCHELKUNOFF de la figure 6.3, ce qui détermine les valeurs de p et q^* . Les quantités λ_0 , S et T sont par là même déterminées et par suite aussi les quantités W_i et W_e , et on peut calculer le rapport

$$(6.31) \quad w = W_e / W_i.$$

Nous avons représenté, sur la figure 6.8, la variation de w avec le rayon de la tige diélectrique quand ω est constant pour une tige de polythène plongée dans l'air ($\varepsilon_1 = 2,25 \varepsilon_0$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_0$; $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$). On remarque que w diminue très rapidement quand a augmente.

6.7. Fréquences de coupure. — Reportons-nous à la figure 2.3 et considérons un cylindre diélectrique de polythène plongé dans l'air de diamètre fixe $2a$ et faisons varier la fréquence f et corrélativement λ_0 . Quand la fréquence est relativement grande, telle que λ_0 soit égal à $2a$ ($\lambda_0/2a = 1$), le cercle de fréquence rencontre la courbe de SCHELKUNOFF en trois points; l'un est situé à gauche de l'asymptote $p = s_{01} = 2,40$, et les deux autres sont sur la branche de courbe

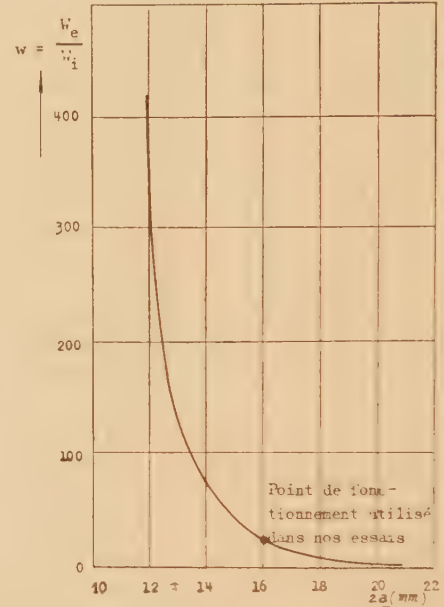


FIG. 6.8. — Courbe représentative du rapport $w = W_e/W_i$ en fonction du diamètre $2a$ de la tige cylindrique pour $\varepsilon = 2,25$, $\lambda = 3,2$ cm.

située entre les asymptotes $p = s_{01} = 2,40$ et $p = s_{21} = 5,1$. Ces trois points de fonctionnement correspondent à trois valeurs distinctes λ_0 , donc à trois modes distincts. Nous appellerons ces modes EM_{11} , EM_{12} , EM_{13} . Les lettres E et M indiquent qu'on doit associer obligatoirement une onde du type électrique et une onde du type magnétique pour obtenir un mode de propagation dans la tige diélectrique. Le premier indice se rapporte à la valeur de n dans l'équation de SCHELKUNOFF; c'est celui des fonctions de BESSEL utilisées, le second indice correspond à l'ordre croissant des valeurs de p relatives aux divers modes.

Quand la fréquence f diminue, λ_0 augmente, et le rayon du cercle de fréquence diminue; les points représentatifs des modes EM_{12} et EM_{13} viennent se confondre, puis disparaissent. Il existe donc ce qui est véritablement une fréquence de coupure pour les modes EM_{12} et EM_{13} ; elle correspond sensiblement au cercle en pointillé sur la figure 2.3, c'est-à-dire à $\lambda_0/2a = 1,165$. A l'opposé, le point représentatif du mode E_{11} existe aussi petit que soit le rayon du cercle de fréquence. Il n'y a pas de fréquence de coupure pour ce mode-là. Quand la fréquence tend vers zéro, le rayon du cercle de fréquence tend aussi vers zéro, et g^* tend très rapidement vers zéro (comme $e^{-\frac{1}{q^*}}$). Donc χ_2 tend vers zéro et d'après l'équation (2.6), Γ^2 est voisin de $-\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 = -\frac{4\pi^2}{\lambda_0^2}$.

Donc λ_0 est un infiniment grand équivalent à λ_0 . En étudiant le rapport des puissances transmises à l'intérieur et à l'extérieur de la tige, W_i/W_e , on s'aperçoit que, pour les grandes longueurs d'ondes, presque toute l'énergie est à l'extérieur de la tige. Cette tige ne guide pratiquement plus les ondes électromagnétiques.

Le même raisonnement peut être repris avec une fréquence constante et une tige de diamètre variable; en effet, le phénomène physique est entièrement déterminé par la connaissance de ε et du rapport $\lambda_0/2a$.

6.8. Le cylindre diélectrique indéfini à âme conductrice. — Il semble intéressant de men-

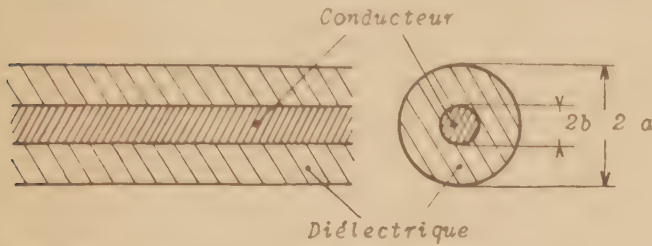


FIG. 6.9. — La ligne de transmission formée d'un conducteur cylindrique revêtu d'une couche de diélectrique.

tionner ici un calcul qui ressemble beaucoup au calcul précédent; c'est celui qui concerne la ligne de transmission formée par un cylindre diélectrique contenant une tige cylindrique conductrice (fig. 6.9).

En désignant par b le rayon de la tige conductrice et toujours par a celui du cylindre diélectrique, et en revenant aux équations des champs (6.1) et (6.2), on aura à écrire deux sortes de conditions aux limites l'une sur la surface du cylindre conducteur, l'autre sur la surface du cylindre diélectrique.

1° Conditions d'orthogonalité du champ électrique à la tige conductrice pour $\rho = b$. — Cette condition remplace la condition que nous avons admise pour le cylindre diélectrique plein, à savoir que les champs ne pouvaient devenir infinis sur l'axe. Elle s'écrit :

$$(6.32) \quad E_z = E_\phi = 0 \quad \text{pour } \rho = b.$$

Nous devons toujours, sauf dans le cas des modes à symétrie de révolution, associer une onde TE et une onde TM pour obtenir la compatibilité des équations résolvantes. De plus, si dans cette association on prend pour la fonction J_n des équations (6.1) et (6.2) la même combinaison linéaire

$$P J_n(z) + Q N_n(z)$$

des fonctions de BESSEL J_n et N_n de première et de deuxième espèce, on trouve un système qui ne serait compatible que pour certaines valeurs de la fréquence $\omega/2\pi$. Aussi nous remplacerons la fonction J_n par la combinaison linéaire $P J_n(z) + Q N_n(z)$ pour l'onde TM, et par la combinaison linéaire $U J_n(z) + V N_n(z)$ pour l'onde TE (P, Q, U, V étant des constantes).

En posant

$$(6.33) \quad p_1 = \chi_1 b,$$

les conditions d'orthogonalité du champ élec-

trique au cylindre conducteur se réduisent à

$$(6.34) \quad \begin{aligned} P J_n(p_1) + Q N_n(p_1) &= 0, \\ U J_n'(p_1) + V N_n'(p_1) &= 0. \end{aligned}$$

2° Les conditions de continuité des champs tangentiels sur la surface extérieure du cylindre diélectrique.

Ici les équations analogues aux équations (6.5) s'écrivent :

$$(6.35) \quad \left\{ \begin{aligned} A_1 [P J_n(\chi_1 a) + Q N_n(\chi_1 a)] &= A_2 H_n(\chi_2 a) \\ B_1 U J_n(\chi_1 a) + V N_n(\chi_1 a) &= B_2 H_n(\chi_2 a) \\ A_1 (n \Gamma_n / \chi_1^2 a) [P J_n(\chi_1 a) + Q N_n(\chi_1 a)] \\ &+ B_1 (j \omega \mu_1 / \chi_1^2) [U J_n(\chi_1 a) + V N_n(\chi_1 a)] \\ &= A_2 (n \Gamma_n / \chi_2^2 a) H_n(\chi_2 a) \\ &+ B_2 (j \omega \mu_2 / \chi_2^2) H_n'(\chi_2 a) \\ A_1 (j \omega \varepsilon_1 / \chi_1) [P J_n'(\chi_1 a) + Q N_n'(\chi_1 a)] \\ &+ B_1 (n \Gamma_n / \chi_1^2 a) [U J_n(\chi_1 a) + V N_n(\chi_1 a)] \\ &= A_2 (j \omega \varepsilon_2 / \chi_2) H_n'(\chi_2 a) \\ &+ B_2 (n \Gamma_n / \chi_2^2 a) H_n(\chi_2 a) \end{aligned} \right. \quad \begin{aligned} [= S] \\ [= T] \end{aligned}$$

l'indice 1 se rapporte au diélectrique, l'indice 2 au milieu extérieur.

En désignant respectivement par S et T les valeurs des deux membres des deux premières équations et en posant

$$(6.36) \quad \chi_1 a = p; \quad \chi_2 a = q$$

l'élimination de A_1, A_2, B_1, B_2 donne successivement :

$$(6.37) \quad \begin{aligned} A_1 &= S / [P J_n(p) + Q N_n(p)], \quad A_2 = S / H_n(q); \\ B_1 &= T / [U J_n(p) + V N_n(p)], \quad B_2 = T / H_n(q). \end{aligned}$$

$$(6.38) \quad \frac{n \Gamma}{j \omega} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right) S \left[- \frac{\mu_1}{p} \frac{U J_n'(p) + V N_n'(p)}{J_n(p) + N_n(p)} + \frac{\mu_2}{q} \frac{H_n'(q)}{H_n(q)} \right] T;$$

$$\left[\frac{\varepsilon_1}{p} \frac{P J_n'(p) + Q N_n'(p)}{P J_n(p) + Q N_n(p)} - \frac{\varepsilon_2}{q} \frac{H_n'(q)}{H_n(q)} \right] = \frac{n \Gamma}{j \omega} \left(\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2} \right) T.$$

En éliminant S et T entre ces deux dernières relations, en posant $q = j q^*$ et en tenant compte de la relation entre la fonction H et la fonction K d'une part, d'autre part en joignant aux équations obtenues les conditions d'orthogonalité du champ électrique au conducteur métallique central, et enfin en tenant compte des relations entre χ_1, χ_2, ω et Γ , on obtient le système résolutif

$$(6.39) \quad \left\{ \begin{aligned} p^2 + q^{*2} &= a^2 \omega^2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2) \\ \Gamma_n^2 &= -(\varepsilon_1 \mu_1 q^{*2} + \varepsilon_2 \mu_2 p^2) / [a^2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2)] \\ \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{p^2} \frac{P J_n'(p) + Q N_n'(p)}{P J_n(p) + Q N_n(p)} \cdot \frac{U J_n'(p) + V N_n'(p)}{U J_n(p) + V N_n(p)} \\ &+ \left[\frac{\varepsilon_1 \mu_2}{p} \frac{P J_n'(p) + Q N_n'(p)}{P J_n(p) + Q N_n(p)} \right. \\ &+ \left. \frac{\varepsilon_2 \mu_1}{p} \frac{U J_n'(p) + V N_n'(p)}{U J_n(p) + V N_n(p)} \right] \times \frac{1}{q^*} \frac{K_n'(q^*)}{K_n(q^*)} \\ &+ \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{q^{*2}} \left[\frac{K_n'(q^*)}{K_n(q^*)} \right]^2 = n^2 \left(\frac{\varepsilon_1 \mu_1}{p^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{q^{*2}} \right) \left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^{*2}} \right) \\ P J_n(p_1) + Q N_n(p_1) &= 0 \\ U J_n'(p_1) + V N_n'(p_1) &= 0 \\ p/a &= p_1/b. \end{aligned} \right.$$

Ce système comporte six équations et six inconnues $p_1, p, q^*, P/Q, U/V$ et Γ_n . Sous certaines conditions d'égalité peut-être, il admet des solutions qui permettent de déterminer les coefficients A_1, B_1, A_2, B_2 des champs TM et TE qui interviennent dans le mode composé, ainsi que la constante de propagation Γ_n .

On peut trouver une méthode, longue peut-être, mais qui ne présente pas de difficultés inextricables pour la résolution de ce système.

Des quatrième et cinquième équations, on peut tirer Q/P et V/U en fonction de p_1 . La sixième permet de les avoir en fonction de p , et on peut ainsi tracer les courbes représentatives de Q/P et V/U en fonction de p . Dans la troisième équation, les rapports qui contiennent P et Q d'une part, U et V de l'autre, deviennent ainsi des fonctions de p qu'on peut représenter graphiquement ; au moyen d'une table de la fonction K_n , on peut trouver à partir de là par approximations autant de points que l'on veut de la courbe analogue à la courbe de SCHELKUNOFF.



FIG. 6.10. — La ligne de transmission formée d'un cylindre diélectrique revêtu d'un autre diélectrique.

Des intersections de cette courbe avec le cercle de fréquence représenté par la première équation, on déduit les valeurs de p et q^* qui permettent la détermination des champs.

6.9. Cas des ondes de Goubau [16]. — GOUBAU a étudié la propagation des ondes à symétrie de révolution le long de fils cylindriques conducteurs revêtus d'un cylindre diélectrique. Nous avons vu au § 6.5 que ces ondes peuvent être soit du type TM_{0m} seul soit du type TE_{0m} seul. Dans le système résolutif du paragraphe précédent, si l'on fait $n=0$, l'équation de SCHELKUNOFF se décompose, ce qui montre qu'on peut avoir des distributions constituées par un mode TE seul ou un mode TM seul.

On obtient suivant le cas l'un des systèmes résolutifs :

ondes TM_{0m}

$$(6.40) \quad \begin{cases} PJ_0(p_1) + QN_0(p_1) = 0 \\ p_1/b = p/a \\ u_1 J'_0(p)/[PJ_0(p)] + \mu_2 K'_0(q^*)/[q^* K_0(q^*)] = 0 \\ p^2 + q^{*2} = a^2 \omega^2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2) \end{cases}$$

ondes TE_{0m}

$$(6.41) \quad \begin{cases} PJ'_0(p_1) + QN'_0(p_1) = 0 \\ p_1/b = p/a \\ \varepsilon_1 J'_0(p)/[PJ_0(p)] + \varepsilon_2 K'_0(q^*)/[q^* K_0(q^*)] = 0 \\ p^2 + q^{*2} = a^2 \omega^2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2) \end{cases}$$

Chacun de ces systèmes contient quatre équations et quatre inconnues $P/Q, p_1, p, q^*$ et, par suite,

peut-être sous certaines conditions que nous n'étudierons pas ici, dans chaque système les inconnues sont déterminées quel que soit ω , au moins sur certaines gammes. Pour traiter les cas pratiques, GOUBAU a fait certaines approximations, mais la résolution dans le cas général par une méthode graphique ne présente aucune difficulté.

6.10. Étude de la propagation guidée par un cylindre diélectrique revêtu d'une couche cylindrique concentrique de diélectrique. — Dans les équations (6.1) et (6.2) des ondes TE et TM qu'on devra associer pour former une onde complexe EM se propageant dans la ligne ainsi formée (fig. 6.10) on devra prendre pour la fonction J_n :

a) dans le cylindre intérieur, la fonction de BESSEL de première espèce J_n ;

b) dans le revêtement cylindrique formant gaine, les fonctions

$$PJ_n + QN_n, \quad UJ_n + VN_n \quad (P, Q, U, V \text{ constantes})$$

respectivement pour les ondes TM et TE (J_n, N_n

respectivement fonctions de BESSEL de première espèce et de NEUMANN) ;

c) à l'extérieur, la fonction de HANKEL H_n^1 , qu'on écrira au moyen de la fonction modifiée de BESSEL modifiée K_n .

On désignera par $(\varepsilon_0, \mu_0), (\varepsilon_1, \mu_1), (\varepsilon_2, \mu_2)$ les constantes caractéristiques des trois milieux numérotés à partir de l'axe, et pour χ_0, χ_1, χ_2 , les valeurs de la constante χ pour ces trois milieux et on posera :

$$(6.42) \quad \chi_0 b = p_0, \quad \chi_1 b = q_1, \quad \chi_1 a = p_1, \quad \chi_2 a = q_2,$$

b désignant le rayon du cylindre extérieur et a celui de la gaine. On sera amené par la suite à poser :

$$(6.43) \quad p_0 = j p_0^*, \quad q_2 = j q_2^*.$$

En associant une onde TM et une onde TE dont les coefficients sont respectivement des lettres A et B , la continuité des champs tangentiels s'écrira sur les deux surfaces, W et T étant des constantes d'homogénéité

$$(6.44) \quad \left\{ \begin{aligned} A_0 W J_n(p_0) &= A_1 [PJ_n(q_1) + QN_n(q_1)] \\ &= A_1 (n\Gamma/p_0^2) W J_n(p_0) + B_0 (j\omega\mu_0/p_0) W J'_n(p_0) \\ &= A_1 (n\Gamma/q_1^2) [PJ_n(q_1) + QN_n(q_1)] \\ &\quad + B_1 (j\omega\mu_1/q_1) [PJ'_n(q_1) + QN'_n(q_1)] \\ B_0 W J_n(p_0) &= B_1 [PJ_n(q_1) + QN_n(q_1)] \\ &= A_0 (j\omega\varepsilon_0/p_0) W J'_n(p_0) + B_0 (n\Gamma/p_0^2) W J_n(p_0) \\ &= A_1 (j\omega\varepsilon_1/q_1) [PJ'_n(q_1) + QN'_n(q_1)] \\ &\quad + B_1 (n\Gamma/q_1^2) [PJ_n(q_1) + QN_n(q_1)]. \end{aligned} \right. \quad \begin{cases} \{ = X \} \\ \{ = Y \} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & A_1[UJ_n(p_1) + VN_n(p_1)] - A_2 TH'_n(q_2) \\ & \quad \left\{ = X_1 \right\} \\ (6.45) \quad & \left\{ \begin{aligned} & A_1(n\Gamma/p_1^2)[UJ'_n(p_1) + VN'_n(p_1)] \\ & + B_1(j\omega_{p_1}/p_1)[UJ_n(p_1) + VN_n(p_1)] \\ & = A_2(n\Gamma/q_2^2)TH_n(q_2) + B_2(j\omega_{q_2}/q_2)TH'_n(q_2) \\ & B_1[UJ'_n(p_1) + VN'_n(p_1)] - B_2 TH'_n(q_2) \\ & \quad \left\{ = Y_1 \right\} \\ & A_1(j\omega_{p_1}/p_1)[UJ'_n(p_1) + VN'_n(p_1)] \\ & + B_1(n\Gamma/p_1^2)[UJ_n(p_1) + VN_n(p_1)] \\ & = A_2(j\omega_{q_2}/q_2)TH'_n(q_2) + B_2(n\Gamma/q_2^2)TH_n(q_2) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & j\omega \left[\frac{\mu_0}{p_0} \frac{J'_n(p_0)}{J_n(p_0)} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\mu_1}{q_1} \frac{PJ'_n(q_1) + QN'_n(q_1)}{PJ_n(q_1) + QN_n(q_1)} \right] \frac{p_0^2 q_1^2}{n\Gamma(p_0^2 - q_1^2)} \\
 & = \frac{-n\Gamma[1/p_0^2 - 1/q_1^2]}{j\omega \left[\frac{\varepsilon_0}{p_0} \frac{J'_n(p_0)}{J_n(p_0)} - \frac{\varepsilon_1}{q_1} \frac{PJ'_n(q_1) + QN'_n(q_1)}{PJ_n(q_1) + QN_n(q_1)} \right]} \\
 (6.49) \quad & = j \left[\frac{\mu_1}{p_1} \frac{UJ'_n(p_1) + VN'_n(p_1)}{UJ_n(p_1) + VN_n(p_1)} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\mu_2}{q_2} \frac{H'_n(q_2)}{H_n(q_2)} \right] \frac{p_1^2 p_2^2}{n\Gamma(p_1^2 - q_2^2)} \\
 & \quad \frac{n\Gamma[1/p_1^2 - 1/q_2^2]}{j\omega \left[\frac{\varepsilon_1}{p_1} \frac{UJ'_n(p_1) + VN'_n(p_1)}{UJ_n(p_1) + VN_n(p_1)} - \frac{\varepsilon_2}{q_2} \frac{H'_n(q_2)}{H_n(q_2)} \right]}
 \end{aligned}$$

Pour éliminer entre ces huit équations les cinq inconnues que constituent le rapport des six coefficients $A_0, B_0, A_1, B_1, A_2, B_2$ à l'un d'eux, on désignera respectivement par X, Y, X_1, Y_1 , les valeurs communes des deux membres des équations de rang impair du système précédent. On en tirera les valeurs :

$$\begin{aligned}
 A_0 &= X/[W J_n(p_0)] \\
 A_1 &= X/[P J_n(q_1) + Q N_n(q_1)] \\
 &= X_1/[U J_n(p_1) + V N_n(p_1)] \\
 A_2 &= X_1/[T H_n(q_2)] \\
 B_0 &= Y/[W J_n(p_0)] \\
 B_1 &= Y/[P J_n(q_1) + Q N_n(q_1)] \\
 &= Y_1/[U J_n(p_1) + V N_n(p_1)] \\
 B_2 &= Y_1/[T H_n(q_2)].
 \end{aligned}
 \tag{6.46}$$

Portant dans les équations de rang pair, on aura

$$\begin{aligned}
 & n\Gamma\left(\frac{1}{p_0^2} - \frac{1}{q_1^2}\right) X + \mathbf{j}\omega \left[\frac{\mu_0}{p_0} \frac{J'_n(p_0)}{J_n(p_0)} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\mu_1}{q_1} \frac{P J'_n(q_1) + Q N'_n(q_1)}{P J_n(q_1) + Q N_n(q_1)} \right] Y = 0 \\
 & \mathbf{j}\omega \left[\frac{J'_n(p_0)}{J_n(p_0)} - \frac{\varepsilon_1}{q_1} \frac{P J'_n(q_1) + Q N'_n(q_1)}{P J_n(q_1) + Q N_n(q_1)} \right] X \\
 & \quad + n\Gamma\left(\frac{1}{p_0^2} - \frac{1}{q_1^2}\right) Y = 0 \\
 (6.47) \quad & n\Gamma\left(\frac{1}{p_1^2} - \frac{1}{q_2^2}\right) X_1 + \mathbf{j}\omega \left[\frac{\mu_1}{p_1} \frac{U J'_n(p_1) + V N'_n(p_1)}{U J_n(p_1) + V N_n(p_1)} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\mu_2}{q_2} \frac{H'_n(q_2)}{H_n(q_2)} \right] Y_1 = 0 \\
 & \mathbf{j}\omega \left[\frac{\varepsilon_1}{p_1} \frac{U J'_n(p_1) + V N'_n(p_1)}{U J_n(p_1) + V N_n(p_1)} - \frac{\varepsilon_2}{q_2} \frac{H'_n(q_2)}{H_n(q_2)} \right] X_1 \\
 & \quad + n\Gamma\left(\frac{1}{p_1^2} - \frac{1}{q_2^2}\right) Y_1 = 0.
 \end{aligned}$$

En joignant à ce système les deux relations provenant des doubles expressions de A_1 et B_1 , on obtient six relations entre lesquelles on doit éliminer quatre inconnues homogènes X, Y, X_1, Y_1 .

Les expressions de A_1 et B_1 , montrent que

$$(6.48) \quad X/Y = X_1/Y_1.$$

L'élimination des quatre variables X, Y, X_1, Y_1 donnent par suite :

On doit joindre à ces trois relations celles qui proviennent des expressions de Γ .

$$(6.50) \quad \begin{aligned} p_0^2 - q_1^2 &= b^2 \omega^2 (\epsilon_0 \mu_0 - \epsilon_1 \mu_1) \\ p_1^2 - q_2^2 &= a^2 \omega^2 (\epsilon_1 \mu_1 - \epsilon_2 \mu_2) \end{aligned}$$

et la relation

$$(6.51) \quad p_1/a = q_1/b$$

provenant de la relation qui lie ces quantités à χ_1 . On trouve d'ailleurs que ces trois dernières relations entraînent l'identité des deux expressions de Γ :

$$(6.52) \quad \Gamma_2 \frac{\varepsilon_0 \mu_0 q_1^2 - \varepsilon_1 \mu_1 p_0^2}{b^2 (\varepsilon_0 \mu_0 - \varepsilon_1 \mu_1)} = \frac{\varepsilon_1 \mu_1 q_2^2 - \varepsilon_2 \mu_2 p_1^2}{a^2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2)}.$$

Le système formé par les équations (6.49), (6.50) (6.51) et l'expression de Γ contient sept équations, et sept inconnues $p_0, p_1, q_1, q_2, P/Q, U/V$ et Γ . Il détermine donc les inconnues. Le système (6.47) détermine les quantités X, Y, X_1, Y_1 et le système (6.46) en déduit la distribution des champs.

6.11. Cas particulier : le tube diélectrique. —

Dans le cas du tube diélectrique (fig. 6.11), les milieux extrêmes sont identiques et on a :

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_2, \quad \mu_0 = \mu_2, \quad \chi_0 = \chi_2$$

et par suite

$$(6.53) \quad p_0/b = q_2/a.$$

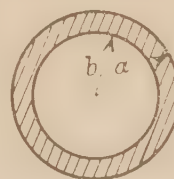


FIG. 6.11. — Le tube diélectrique.

Cette équation jointe à l'équation (6.51) rend identiques les deux équations (6.50). Il suffit donc de conserver le système formé par l'une des équations (6.50), le système (6.49), les équations (6.51) et (6.53) et celle de Γ pour obtenir un système de sept équations à sept inconnues qui détermine les champs.

Il sera commode ici d'écrire le système en tenant

compte de ce que $p_0 = j p_0^*$ et $q_2 = j q_2^*$ et de ce que

$$(6.54) \quad \begin{cases} \frac{1}{p_0} \frac{J'_n(p_0)}{J_n(p_0)} = -\frac{1}{p_0} \frac{I'_n(p_0^*)}{I_n(p_0^*)} \\ \frac{1}{q_2} \frac{H'_n(q_2)}{H_n(q_2)} = \frac{1}{q_2^*} \frac{K'_n(q_2^*)}{K_n(q_2^*)} \end{cases}$$

I_n, K_n fonctions modifiées de BESSEL.

On obtient ainsi le système résolutif :

$$(6.55) \quad \begin{cases} b^2 \left[\frac{\mu_0}{p_0^*} \frac{I'_n(p_0)}{I_n(p_0^*)} + \frac{\mu_1}{q_1} \frac{P J'_n(q_1) + Q N'_n(q_1)}{P J_n(q_1) + Q N_n(q_1)} \right] \\ = \frac{b^2 n^2 (\varepsilon_0 \mu_0 q_1^2 + \varepsilon_1 \mu_1 p_0^{*2})}{\varepsilon_0 \frac{I'_n(p_0^*)}{I_n(p_0^*)} + \varepsilon_1 \frac{P J'_n(q_1) + Q N'_n(q_1)}{P J_n(q_1) + Q N_n(q_1)}} \frac{q_1^2 + p_0^{*2}}{p_0^{*4} q_1^4} \\ = a^2 \left[\frac{\mu_1}{p_1} \frac{U J'_n(p_1) + V N'_n(p_1)}{U J_n(p_1) + V N_n(p_1)} - \frac{\mu_2}{q_2^{*2}} \frac{K'_n(q_2^*)}{K_n(q_2^*)} \right] \\ = \frac{a^2 n^2 (\varepsilon_0 \mu_0 p_1^2 + \varepsilon_1 \mu_1 q_2^{*2})}{\varepsilon_1 \frac{U J'_n(p_1) + V N'_n(p_1)}{U J_n(p_1) + V N_n(p_1)} + \varepsilon_2 \frac{K'_n(q_2^*)}{K_n(q_2^*)}} \times \frac{p_1^2 + q_2^{*2}}{p_1^4 q_2^{*4}} \\ p_1/a = q_1/b \\ p_0^*/a = q_2^*/b \\ p_1^2 + q_2^{*2} = a^2 \omega^2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_0 \mu_0) \\ \Gamma^2 = (\varepsilon_0 \mu_0 q_1^2 + \varepsilon_1 \mu_1 p_0^{*2})/b^2 (\varepsilon_0 \mu_0 - \varepsilon_1 \mu_1). \end{cases}$$

La résolution graphique de ce système est assez longue mais ne présente pas de difficulté. L'avant-dernière relation représente, lorsqu'on suppose donnés $\omega, \varepsilon_0, \mu_0, \varepsilon_1, \mu_1, a$ et b , un cercle centré à l'origine dont seul le premier quadrant est utile.

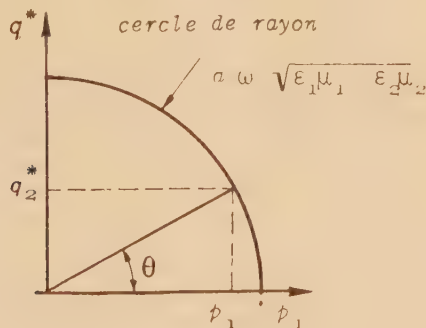


Fig. 6.12. — Point de départ des calculs sur le tube diélectrique.

En fonction d'un paramètre angulaire θ , on calcule (fig. 6.12) une suite de couples de valeurs p_1, q_2^* , auxquelles les deux équations linéaires simples font correspondre les valeurs $q_1 = p_1 b/a, p_0^* = q_2^* a/b$.

Désignant par Z la valeur commune des quatre quantités égales qui constituent les trois premières équations et par $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ces quatre quantités, les relations

$$(6.56) \quad \alpha = \beta \quad \gamma = \delta$$

constituent deux équations du second degré respectivement en P/Q et en U/V et donnent chacune pour chaque valeur de θ , deux racines $P/Q = r_1(\theta), P/Q = r_2(\theta), U/V = s_1(\theta), U/V = s_2(\theta)$.

Si l'on porte les valeurs trouvées $r(\theta), s(\theta)$ dans α et γ , ces quantités sont des fonctions $\alpha(\theta), \beta(\theta)$ et

les intersections des deux courbes $Z = \alpha(\theta), Z = \beta(\theta)$ déterminent les valeurs de θ qui résolvent le système.

* Il faudrait pousser plus loin le calcul sur des exemples pratiques pour voir dans quelles conditions les valeurs trouvées pour p_1 et q_2^* sont bien réelles et positives et donnent effectivement une onde non atténuée.

CHAPITRE VII

ÉTUDE THÉORIQUE DU RADIATEUR DIÉLECTRIQUE ISOLÉ

7.1. — **Le cylindre diélectrique fini.** — Nous avons vu au chapitre VI qu'une tige diélectrique sans pertes, placée dans un milieu diélectrique, de constante diélectrique différente (pratiquement l'air), peut propager une onde progressive non atténuée dans la direction de son axe. Considérons ici un cylindre diélectrique, limité à deux sections droites ; si on excite à l'une de ses extrémités une onde que pourrait propager le cylindre indéfini, l'autre extrémité étant libre dans l'air, on approchera de la réalité en considérant le phénomène électromagnétique d'ensemble comme le résultat des éléments suivants :

1° un champ C_1 dû à l'onde progressive qui se propage le long de la tige, de la section droite d'excitation vers l'extrémité libre ;

2° un champ C_2 dû à l'onde progressive provenant d'une réflexion partielle de l'onde précédente sur l'extrémité libre ; cette onde se propage le long de la tige diélectrique en sens inverse de la précédente ;

3° un champ C_3 dû à la diffraction de l'extrémité libre ;

4° un champ C_4 dû à la diffraction du raccord du dispositif d'excitation à la section droite origine de la tige diélectrique.

Dans toute la partie théorique de ce chapitre, nous ne ferons que l'étude du champ C_1 . L'expérience semble montrer qu'en prenant peut-être certaines précautions le champ C_4 peut être négligé, de même que le champ C_3 en première approximation. Le champ C_2 existe et modifie les diagrammes de rayonnement qu'on obtiendrait en ne considérant que le champ C_1 . On pourrait sans grande difficulté étudier théoriquement la combinaison des champs C_1 et C_2 à partir de la méthode que nous emploierons pour l'étude du champ C_1 . Nous ne le ferons pas, car l'existence du champ C_2 donne des diagrammes de rayonnement découpés qui n'ont pratiquement pas jusqu'ici d'application. Aussi nous étudierons, à la place des cylindres diélectriques soumis à la combinaison des champs C_1 et C_2 , les radiateurs diélectriques coniques de faible conicité, qui ont l'avantage d'éliminer l'onde réfléchie qui crée le champ C_2 . Les diagrammes de rayonnement sont ainsi nettement améliorés tout en conservant une forme voisine de celle qui résulte du champ C_1 .

Les dispositifs d'excitation que nous avons utilisés pratiquement sont décrits au chapitre III. Nous n'étudierons que l'onde EM₁₁ (§ 6.7) qui donne un rayonnement en général non nul dans la direction de l'axe du radiateur.

7.2. — Le radiateur diélectrique considéré comme réseau. — Étant donné un radiateur diélectrique et son dispositif d'excitation, représentés schématiquement sur la figure 7.1, si on connaît la distribu-

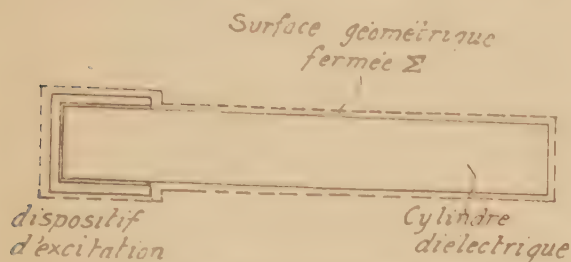


FIG. 7.1. — Schéma d'un radiateur diélectrique.

tion des champs sur une surface fermée qui entoure cet ensemble, la formule générale de KÖTTLER [16] permet de calculer le champ en tout point de l'espace. La formule de KÖTTLER se simplifie lorsqu'on cherche le rayonnement à l'infini ; elle ne comporte alors qu'une intégrale de surface.

Mais, d'une part, les champs sur le capuchon terminal représentant le dispositif d'excitation sont faibles dans les cas pratiques, et on peut même supposer qu'on a disposé à l'extérieur de ce capuchon un « bazooka » (piège quart d'onde) qui évite la circulation des courants sur l'extérieur de cette enveloppe conductrice ; d'autre part, ainsi que l'a montré le calcul du § 6.6, la puissance qui se propage le long du diélectrique, mais à l'intérieur, est faible vis-à-vis de celle qui se propage à l'extérieur de ce diélectrique ; donc la puissance qui va sortir par l'extrémité libre peut être considérée en première approximation comme produisant les champs sur cette extrémité et donnera une contribution faible au champ rayonné, d'autant plus faible que le diamètre du cylindre diélectrique est plus petit devant la longueur d'onde. Dans les radiateurs coniques pratiques, l'extrémité

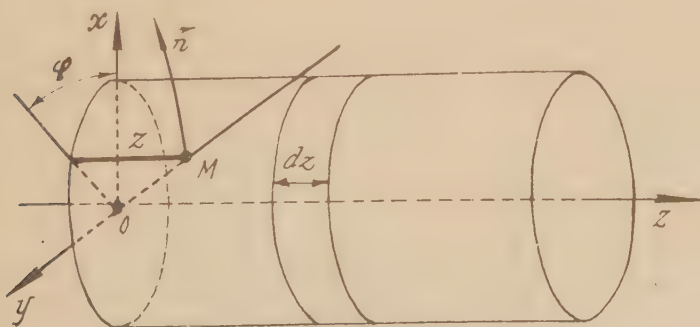


FIG. 7.3. — Décomposition du cylindre diélectrique en éléments rayonnants.

a un diamètre assez faible pour que la contribution, au rayonnement qui lui est due soit à peu près négligeable.

Pour obtenir une première approximation du rayonnement du radiateur diélectrique cylindrique, nous appliquerons donc la formule de KÖTTLER (*) à la portion de surface Σ confondue avec la surface cylindrique du radiateur en négligeant les effets des bouts. Le champ au point à l'infini P est donné par

$$(7.1) \quad \vec{E}_p = \frac{j e^{-j \frac{2\pi}{\lambda_0} R}}{2 \lambda_0 R} \int_{\Sigma} \left[\vec{u} \wedge (\vec{E} \wedge \vec{n}) + \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} (\vec{H} \wedge \vec{n})_N \right] e^{j \frac{\pi}{\lambda_0} R_0 \cos \alpha} d\Sigma.$$

λ_0 , μ_0 , ϵ_0 étant respectivement les longueurs d'onde, la perméabilité magnétique et la constante

diélectrique dans l'air, $\vec{u}$ désignant le vecteur unitaire de la direction allant de l'origine O au point P , $\vec{n}$ étant la normale unitaire au point courant M de la surface Σ , R_0 et R désignant les distances OM

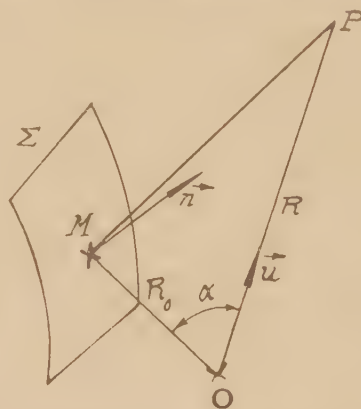


FIG. 7.2. — Éléments figurant dans la formule de KOTTLER-GOUDET.

et OP , α désignant l'angle MOP et l'indice N désignant la projection d'un vecteur sur le plan normal à OP (fig 7.2). Lorsque Σ est la surface cylindrique d'axe Oz , d'équation $\rho = a$, l'élément de surface s'écrit avec les notations de la figure 7.3 :

$$(7.2) \quad d\Sigma = a dz d\phi.$$

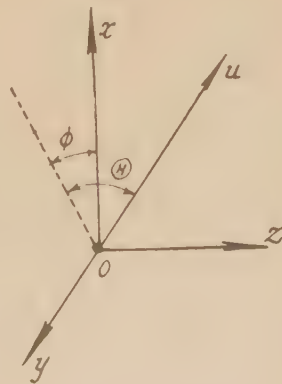


FIG. 7.4. — Les paramètres Θ , Φ fixant la direction où l'on étudie le rayonnement.

(*) Mise sous une forme particulière par G. GOUDET, et qu'il vaudra mieux appeler formule de KÖTTLER et GOUDET.

Supposons maintenant que l'origine O soit placée sur l'axe du cylindre au point $z = 0$, et que le cylindre soit compris entre les plans $z = 0$ et $z = L$ (fig. 7.3). Soient Θ, Φ les deux angles qui définissent le vecteur $\vec{u}$ par rapport aux axes, d'après la figure 7.4.

Les composantes des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{n}$ et $\vec{OM}$, sur les axes sont données par le tableau

$$(7.3) \quad \vec{u} \begin{cases} \cos \Theta \cos \Phi \\ \cos \Theta \sin \Phi \\ \sin \Theta \end{cases} \quad \vec{n} \begin{cases} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{cases} \quad \vec{OM} \begin{cases} a \cos \varphi \\ a \sin \varphi \\ z \end{cases}$$

On a donc

$$(7.4) \quad \cos \alpha = \frac{(\vec{OM}, \vec{u})}{|\vec{OM}|} = [a \cos \Theta \cos (\varphi - \Phi) + z \sin \Theta] / R_0.$$

Le facteur exponentiel de l'équation (7.1) devient alors

$$(7.5) \quad e^{j(2\pi/\lambda_0)R_0 \cos \alpha} = e^{j(2\pi/\lambda_0)a \cos \Theta \cos (\varphi - \Phi)} e^{j(2\pi/\lambda_0)z \sin \Theta}.$$

D'autre part les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ dépendant de z uniquement par le facteur exponentiel de propagation $e^{-j(2\pi/\lambda_g)z}$, λ_g désignant la longueur d'onde guidée par la tige diélectrique, l'équation (7.1) peut s'écrire

$$(7.6) \quad \vec{E}_p = \frac{j e^{-j \frac{2\pi}{\lambda_0} R}}{2 \lambda_0 R} \int_0^L e^{2\pi j z \left(\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right)} dz \int_0^\pi V(\varphi; \Theta, \Phi) d\varphi$$

le vecteur $\vec{V}$ étant indépendant de z .

On peut donc considérer, d'après la théorie du chapitre V, le radiateur cylindrique comme un réseau uniforme de disques radiateurs d'épaisseur dz , l'intégrale en φ constituant le facteur d'élément et l'intégrale en z constituant le facteur de réseau (§ 5.2.).

En effet, lorsque dans un réseau uniforme à φ_p constant le nombre de radiateurs devient infini, leur intervalle tendant vers zéro, le facteur

$$\sum_{n=0}^{N-1} A_p e^{2\pi j p u (\sin \Theta / \lambda_0 - 1 / \lambda_g)}$$

devient

$$(7.7) \quad F = \int_0^L e^{2\pi j z (\sin \Theta / \lambda_0 - 1 / \lambda_g)} \frac{dz}{L}.$$

Nous considérerons donc, dans ce qui suit, le radiateur cylindrique fini comme un réseau uniforme à φ_p constant (§ 5.5.) formé d'un nombre infini de radiateurs identiques alignés suivant un segment de l'axe Oz de longueur L .

Nous étudierons successivement le facteur de réseau et le facteur d'élément dans les domaines des paramètres qui englobent les cas utiles, et nous nous servirons de cette étude pour chercher le rayonnement du cylindre diélectrique.

7.3. — Le facteur de réseau. — En effectuant l'intégration, le facteur de réseau de l'équation (7.7) devient

$$(7.8) \quad F = \frac{\sin \pi L \left(\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right)}{\pi L \left(\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right)} \cdot e^{\pi j L \left(\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right)}.$$

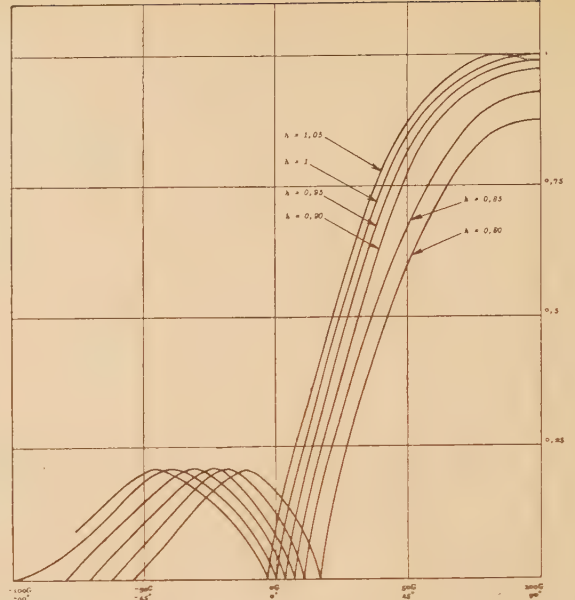


Fig. 7.5 — Le facteur $|F| = \left| \frac{\sin \pi L \left[\left(\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right) \right]}{\pi L \left[\left(\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right) \right]} \right|$ pour $l = L/\lambda_0 = 1$ et diverses valeurs de $h = \lambda_g/\lambda_0$.

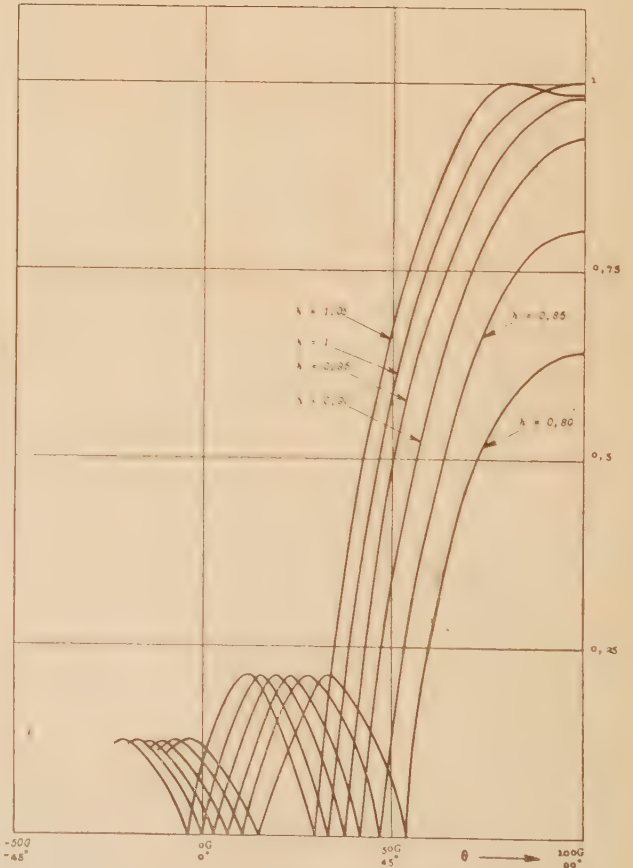


Fig. 7.6. — Le facteur $|F| = \left| \frac{\sin \pi L \left[\left(\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right) \right]}{\pi L \left[\left(\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right) \right]} \right|$ pour $l = L/\lambda_0 = 2$ et diverses valeurs de $h = \lambda_g/\lambda_0$.

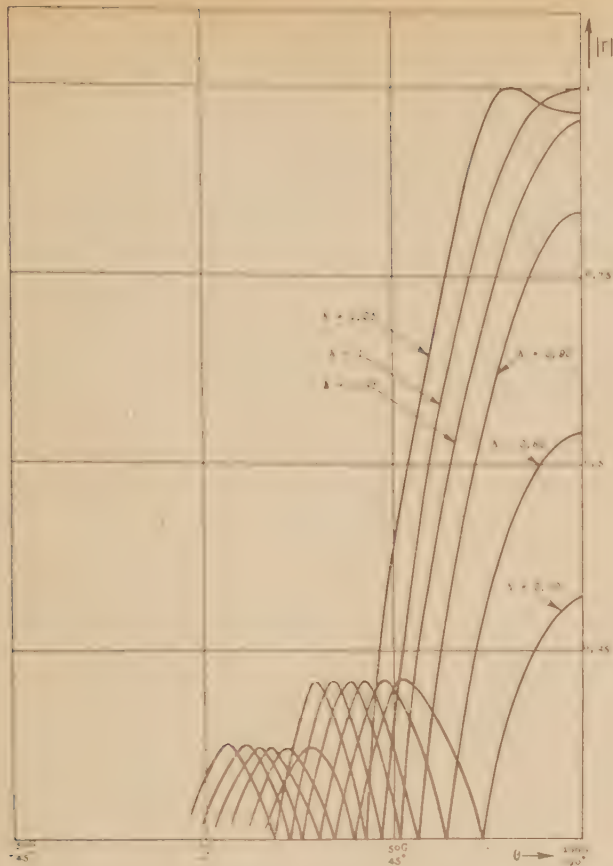


FIG. 7.7. — Le facteur $|F| = \left| \frac{\sin \pi L \left[\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right]}{\pi L \left[\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right]} \right|$ pour $l = L/\lambda_0 = 3$ et diverses valeurs de $h = \lambda_g/\lambda_0$.



FIG. 7.8. — Le facteur $|F| = \left| \frac{\sin \pi L \left[\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right]}{\pi L \left[\frac{\sin \Theta}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_g} \right]} \right|$ pour $l = L/\lambda_0 = 4$ et diverses valeurs de $h = \lambda_g/\lambda_0$.



que h est plus petit. Quand l devient assez grand, ou h assez petit, ou les deux simultanément, le premier zéro finit par disparaître, et la courbe du facteur de réseau présente un creux pour $\Theta = 90^\circ$. Ces derniers facteurs de réseau ne sont pas intéressants en pratique.

7.4. — Le facteur d'élément. — Si on se reporte à l'équation (7.6) on voit que le facteur d'élément n'est pas autre chose que le champ donné par l'élément rayonnant de hauteur dz (fig. 7.10), calculé par la formule de KÖTTLER. On ne prendra pour la surface d'intégration que la surface cylindrique de l'élément, car les contributions données par les surfaces planes sont égales et de signes opposés à celles des éléments voisins. Nous avons parlé plus haut des surfaces d'extrémité.

Au facteur $e^{j(\omega t - 2\pi z/\lambda_0)}$ près, dont on tient compte dans le facteur de réseau, les champs sur la surface cylindrique sont donnés d'après les équations (6.1) et (6.2) par les formules

$$(7.9) \quad \begin{aligned} E_z &= P \cos \varphi & H_z &= U \sin \varphi \\ E_\varphi &= Q \sin \varphi & H_\varphi &= V \cos \varphi \\ E_p & & H_r & \end{aligned}$$

avec

$$(7.10) \quad \begin{aligned} P &= AH_1(\chi_2 a) \\ Q &= (A\Gamma/\chi_2^2 a) H_1(\chi_2 a) + B j \omega \mu_2 / \chi_2 H'_1(\chi_2 a) \\ U &= BH_1(\chi_2 a) \\ V &= -[A j \omega \epsilon_2 / \chi_2 H'_1(\chi_2 a) - B(\Gamma/x_2^2 a) H_1(\chi_2 a)]. \end{aligned}$$

En coordonnées cartésiennes $Oxyz$, les formules (7.9) deviennent

$$(7.11) \quad \begin{aligned} \vec{E} \begin{cases} E_x = E_r \cos \varphi - E_\varphi \sin \varphi = E_r \cos \varphi - Q \sin^2 \varphi \\ E_y = E_r \sin \varphi + E_\varphi \cos \varphi = E_r \sin \varphi + Q \sin \varphi \cos \varphi \\ E_z = & = P \cos \varphi \end{cases} \\ (7.12) \quad \vec{H} \begin{cases} H_x = H_r \cos \varphi - H_\varphi \sin \varphi = H_r \cos \varphi - V \cos \varphi \sin \varphi \\ H_y = H_r \sin \varphi + H_\varphi \cos \varphi = H_r \sin \varphi + V \cos^2 \varphi \\ H_z = & = U \sin \varphi. \end{cases} \end{aligned}$$

Calculons les vecteurs de la formule (7.1) en coordonnées cartésiennes $Oxyz$.

On a pour les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{u}$:

$$\vec{n} \begin{cases} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{cases} \quad \vec{u} \begin{cases} \cos \Theta \cos \Phi \\ \cos \Theta \sin \Phi \\ \sin \Theta \end{cases}$$

$\vec{n}$ étant le vecteur unitaire de la normale extérieure à la surface Σ de l'élément de cylindre, et $\vec{u}$ le vecteur unitaire de la direction OP où on cherche le rayonnement ; Θ et Φ sont les angles marqués sur la figure 7.4.

On a :

$$\begin{aligned} \vec{E} \wedge \vec{n} & \begin{cases} -P \cos \varphi \sin \varphi \\ P \cos \varphi \\ -Q \sin \varphi \end{cases} & \vec{H} \wedge \vec{n} & \begin{cases} -S \sin \varphi \\ S \sin \varphi \cos \varphi \\ -T \cos \varphi \end{cases} \\ \vec{u} \wedge (\vec{E} \wedge \vec{n}) & \begin{cases} -Q \sin \varphi \cos \Theta \sin \Phi - P \cos^2 \varphi \sin \Theta \\ -P \cos \varphi \sin \varphi \sin \Theta + Q \sin \varphi \cos \Theta \cos \Phi \\ P \cos \varphi \cos \Theta \cos (\varphi - \Phi). \end{cases} \end{aligned}$$

On décomposera $(\vec{H} \wedge \vec{n})_N$ sous la forme

$$(\vec{H} \wedge \vec{n})_N = \vec{H} \wedge \vec{n} - \vec{u} [\vec{u} \cdot (\vec{H} \wedge \vec{n})]$$

et on a :

$$\vec{u} \cdot (\vec{H} \wedge \vec{n}) = -U \sin \varphi \cos \Theta \sin (\varphi - \Phi) - V \cos \varphi \sin \Theta.$$

Puisque l'élément cylindrique est infiniment mince, on aura ici pour l'angle $\alpha = (OP, OM)$ (M point courant de la surface cylindrique de l'élément) :

$$\cos \alpha = \vec{u} \cdot \vec{n} = \cos \Theta \cos (\varphi - \Phi).$$

R_0 , distance de l'origine au point M, est égal à a et

$$d\Sigma = a dz d\varphi.$$

On aura donc :

$$(7.13) \quad \vec{E}_p = j \frac{e^{-jkR}}{2\lambda R} \times \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{Bmatrix} a dz$$

avec

$$\begin{aligned} e_x &= \int_0^{\Phi+2\pi} \left\{ -Q \sin \varphi \cos \Theta \sin \Phi - P \cos^2 \varphi \sin \Theta \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} [-U \sin^2 \varphi + \cos \Theta \cos \Phi (U \sin \varphi \right. \\ &\quad \left. \times \cos \Theta \sin (\varphi - \Phi) + V \cos \varphi \sin \Theta)] \right\} \\ &\quad e^{jka \cos \Theta \cos (\varphi - \Phi)} d\varphi. \end{aligned}$$

Posons $\varphi = \Phi + \psi$ et remarquons que la composante $(\vec{H} \wedge \vec{n})_N$ produit dans les trois composantes e_x, e_y, e_z la même intégrale

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\Phi+2\pi} [U \sin \varphi \cos \Theta \sin (\varphi - \Phi) \\ &\quad + V \cos \varphi \sin \Theta] e^{jka \cos \Theta \cos (\varphi - \Phi)} d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} [U (\sin \psi \cos \Phi + \cos \psi \sin \Phi) \sin \psi \cos \Phi \\ &\quad + V (\cos \psi \cos \Phi - \sin \psi \sin \Phi) \sin \Theta] e^{jka \cos \Theta \cos \psi} d\psi \\ &= \cos \varphi \int_0^{2\pi} \left[\frac{1 - \cos 2\psi}{2} U \cos \Theta \right. \\ &\quad \left. + V \sin \Theta \cos \psi \right] e^{jka \cos \Theta \cos \psi} d\psi \end{aligned}$$

ou finalement

$$I = \pi \cos \Phi [U \cos \Theta (J_0 + J_2) + 2j V \sin \Theta J_1]$$

J_0, J_1, J_2 étant les fonctions de BESSEL de première espèce prises pour la valeur $ka \cos \Theta$ de la variable.

On a aisément :

$$(7.14)$$

$$\begin{aligned} e_x &= \pi P \sin \Theta [-J_0 + J_2 \cos 2\Phi] - 2\pi j Q \cos \Theta \sin^2 \Phi J_1 \\ &\quad - \pi (\sqrt{\mu}/\sqrt{\epsilon}) U [J_0 + J_2 \cos 2\Phi] \\ &\quad + \pi (\sqrt{\mu}/\sqrt{\epsilon}) \cos \Theta \cos^2 \Phi [U \cos \Theta (J_0 + J_2) \\ &\quad + 2j V \sin \Theta J_1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_y &= \pi P \sin \Theta \sin 2\Phi J_2 + 2\pi j Q \cos \Theta \sin \Phi \cos \Phi J_1 \\ &\quad - \pi (\sqrt{\mu}/\sqrt{\epsilon}) U \sin 2\Phi J_2 \\ &\quad + \pi (\sqrt{\mu}/\sqrt{\epsilon}) \cos \Theta \sin \Phi \cos \Phi [U \cos \Theta (J_0 + J_2) \\ &\quad + 2j V \sin \Theta J_1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_z &= \pi P \cos \Phi \cos \Theta (J_0 - J_2) \\ &\quad - 2\pi j (\sqrt{\mu}/\sqrt{\epsilon}) V \cos \Phi J_1 \\ &\quad + \pi (\sqrt{\mu}/\sqrt{\epsilon}) \sin \Theta \cos \Phi [U \cos \Theta (J_0 + J_2) \\ &\quad + 2j V \sin \Theta J_1]. \end{aligned}$$

Il sera intéressant de passer des coordonnées cartésiennes aux coordonnées sphériques, par la transformation.

$$\begin{aligned} e_R &= e_x \sin \Theta + (e_x \cos \Phi + e_y \sin \Phi) \cos \Theta \\ e_\Theta &= e_x \cos \Theta - (e_x \cos \Phi + e_y \sin \Phi) \sin \Theta \\ e_\Phi &= -e_y \sin \Phi + e_x \cos \Phi \end{aligned}$$

On trouve que les champs sont donnés, au facteur $j e^{-jkR}/2\lambda R$ près, par

(7.15)

$$e_R = 0$$

$$e_\Theta = \pi \cos \Phi \left\{ P(J_0 - J_2) + (\sqrt{\mu}/\sqrt{\varepsilon}) [U \sin \Theta (J_0 + J_2) + 2j V J_1 \cos \Theta] \right\}$$

$$e_\Phi = \pi \sin \Phi \left\{ P \sin \Theta (J_0 + J_2) + 2j Q \cos \Theta J_1 + (\sqrt{\mu}/\sqrt{\varepsilon}) U (J_0 - J_2) \right\}.$$

La variable pour laquelle sont prises les fonctions J_0, J_1, J_2 est $ka \cos \Theta$ ($k = 2\pi/\lambda_0$). Il était bien à prévoir que e_R devait être nul.

Ce sont ces quantités qui donnent le diagramme de l'élément que nous avons appelé $\vec{e}(\theta, \psi)$ au § 1.2.

On remarque dans les formules (7.15) que, si $\Theta = +\pi/2$, on a $e_\Theta = e_\Phi$, ce qui assure la continuité du champ sur l'axe Oz au voisinage de $\Theta = \pi/2$. Si on fait $\Theta = -\pi/2$, on trouve $e_\Theta = -e_\Phi$; mais alors les directions positives de e_Θ et e_Φ sont inver-

TABLEAU 7-1. — $\varepsilon = 2$, $U = T$

ε	2,25									
p	1,05	1,24	1,46	1,72	1,16	1,36	1,58	1,80	1,44	1,63
q	0,06	0,26	0,58	1,28	0,16	0,38	0,79	1,51	0,37	0,71
S	-46,6	-3,14	-0,925	-0,370	-6,68	-1,62	-0,556	-0,311	-1,37	-0,562
T	-0,124	-0,00824	-0,00239	-0,000966	-0,0177	-0,00405	-0,00143	-0,000808	-0,00355	-0,00138
Q	-100i	-57,70i	-0,997i	-0,354i	-11,9i	-0,45i	-0,505i	-0,248i	-1,09i	-0,205i
V	72,4i	0,186i	0,0274i	0,00390i	1,49i	0,0829i	0,00963i	0,00257i	0,0613i	0,00947i
A ₁	-102	-6,18	-1,68	-0,640	-13,7	-3,04	-0,980	-0,536	-2,49	-0,981
A ₂	4,44	1,37	1,07	1,51	1,74	1,10	0,995	1,79	0,895	0,858
B ₁	-0,271	-0,0162	-0,00433	-0,00167	-0,0363	-0,00758	-0,00252	-0,00139	-0,00646	-0,00240
B ₂	0,0118	0,00361	0,00275	0,00395	0,00460	0,00274	0,00256	0,00464	0,00232	0,00210

ε	3					4				
p	1,82	1,98	1,36	1,75	1,98	2,08	1,54	1,85	2,06	2,12
q	1,28	2,23	0,16	0,77	1,86	3,00	0,32	0,96	2,36	3,60
S	-0,292	-0,22	-5,01	-0,387	-0,209	-0,199	-1,31	-0,297	-0,187	-0,197
T	-0,000774	-0,000637	-0,0133	-0,00105	-0,00234	-0,000640	-0,00348	-0,000806	-0,000603	-0,000697
Q	-0,1870i	-0,153i	-5,8i	-0,262i	-4,450i	-0,121i	-1,29i	-0,138i	-0,0955i	-0,115i
V	-0,00240i	-0,00110i	0,841i	0,00487i	0,00453i	0,000702i	0,0579i	0,00267i	0,000722i	0,000576i
A ₁	-0,503	-0,383	-9,38	-0,667	-0,362	-0,349	-2,32	-0,510	-0,327	-0,348
A ₂	1,20	3,35	1,30	0,666	1,95	7,79	0,723	0,723	3,34	15,7
B ₁	-0,00133	-0,00110	-0,0248	-0,00182	-0,00404	-0,00112	-0,00618	-0,00138	-0,00105	-0,00123
B ₂	0,00317	0,00964	0,00345	0,00181	0,0218	0,00251	0,00193	0,00196	0,0108	0,0553

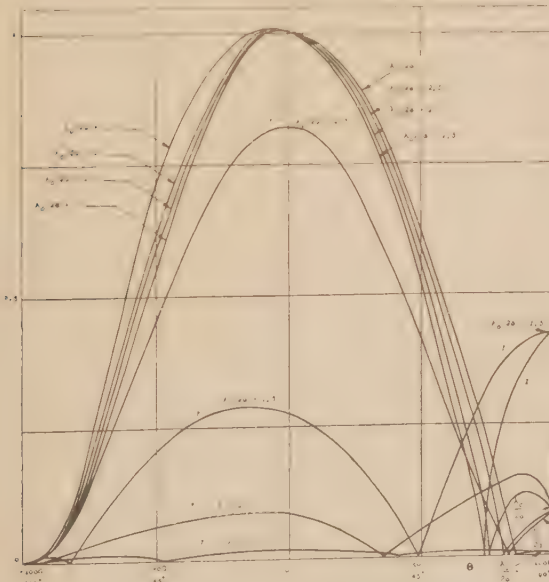


FIG. 7.11. — Le facteur d'élément du cylindre diélectrique ; composantes X et Y pour $\varepsilon = 2$ et pour diverses valeurs de $\lambda_0/2a$.

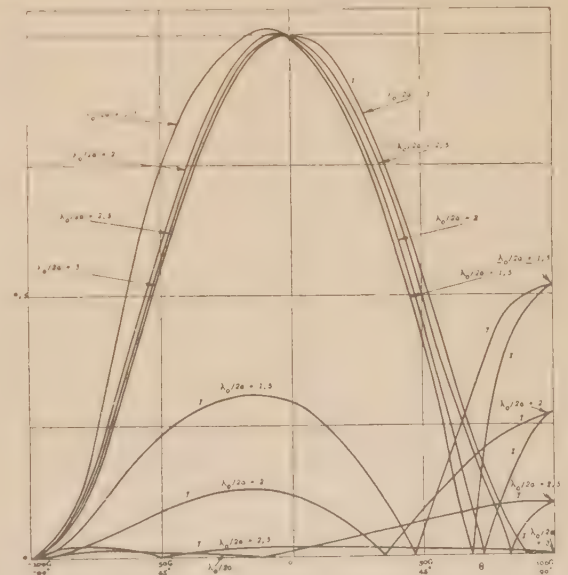


FIG. 7.12. — Le facteur d'élément du cylindre diélectrique ; composantes X et Y pour $\varepsilon = 2,25$ et pour diverses valeurs de $\lambda_0/2a$.

sées ; le champ est bien continu aussi dans la direction $\Theta = -\pi/2$.

Les équations (7.15) peuvent se mettre sous la forme

$$(7.16) \quad \begin{aligned} e_{\Theta} &= X(\Theta) \cos \Phi \\ e_{\Phi} &= Y(\Theta) \sin \Phi \end{aligned}$$

$X(\Theta)$ et $Y(\Theta)$ représentant les diagrammes de rayonnement respectivement dans les plans principaux $\Phi = 0$ et $\Phi = \pi/2$.

A partir des résultats numériques établis dans le chapitre VI pour l'équation de SCHELKUNOFF appliquée à des cylindres de diverses constantes diélectriques avec diverses longueurs d'onde, on a calculé les fonctions $X(\Theta)$ et $Y(\Theta)$ pour certaines des

valeurs suivantes des paramètres effectifs, qui entrent dans les équations 7.15, ε et $\lambda_0/2a$:

$$\varepsilon = 2; 2,25; 3; 4; 5.$$

$$\lambda_0/2a = 1,5; 2; 2,5; 3; 4.$$

On a dû calculer pour cela les quantités A_1, A_2, S, T du chapitre VI (Éq. 6.1 ; 6.2 ; 6.5 ; 6.8 ; 6.9) et P, Q, U, V du présent chapitre (Éq. 7.10). Ces quantités sont données par le tableau 7.1.

On a relevé les valeurs de p et q en se donnant $\lambda_0/2a$ sur les courbes de la figure 6.5.

Les valeurs de X et Y en fonction de Θ ont été calculées à partir de là. Elles sont données par les tableaux 7.2 à 7.6 (*). Les figures 7.11, 7.12, 7.13, 7.14, 7.15, représentent les variations de X et Y

TABLEAU 7.2. — $\varepsilon = 2$.

$\frac{\lambda_0}{2a}$	p	q	COURBES	0	2.5	5	7.5	10	20
1,5	1,72	1,28	$x \theta > 0$	5,5 1	5,5 1	5,5 1	3,5 1	5,5 1	5,4 0,98
			$y \theta > 0$	1,5 0,27	1,5 0,27	1,4 0,25	1,4 0,25	1,4 0,25	1,2 0,22
			$x \theta < 0$	5,5 1	5,5 1	5,4 0,98	5,4 0,98	5,3 0,96	5,0 0,91
			$y \theta < 0$	1,5 0,27	1,5 0,27	1,5 0,27	1,6 0,29	1,6 0,29	1,6 0,29
2	1,46	0,58	$x \theta > 0$	36 1	36 1	36 1	36 1	36 1	34 0,95
			$y \theta > 0$	2,9 0,081	2,8 0,078	2,7 0,075	2,6 0,073	2,5 0,070	1,8 0,050
			$x \theta < 0$	36 1	36 1	36 1	36 1	35 0,98	33 0,92
			$y \theta < 0$	2,9 0,080	3,0 0,084	3,1 0,086	3,1 0,086	3,2 0,089	3,2 0,089
2,5	1,24	0,26	$x \theta > 0$	220 1	220 1	220 1	220 1	220 1	210 0,96
			$y \theta > 0$	180 0,82	180 0,82	180 0,82	180 0,82	180 0,82	160 0,73
			$x \theta < 0$	220 1	220 1	220 1	220 1	220 1	200 0,91
			$y \theta < 0$	180 0,81	180 0,81	180 0,81	180 0,81	180 0,81	170 0,77
3	1,05	0,06	$x \theta > 0$	+ 78.000 1	78.000 1	78.000 1	77.000 0,99	76.000 0,98	72.000 0,92
			$y \theta > 0$	200 0,0025	190 0,0024	180 0,0023	180 0,0023	170 0,0022	130 0,0017
			$x \theta < 0$	78.000 1	78.000 1	78.000 1	77.000 0,99	76.000 0,98	71.000 0,91
			$y \theta < 0$	200 0,0025	200 0,0025	200 0,0025	210 0,0027	210 0,0027	210 0,0027

30	40	50	60	70	80	90	100
5,1 0,93 0,85 0,15 4,5 0,82 1,5 0,27	4,6 0,84 0,43 3,7 0,67 1,4 0,25	3,9 0,71 — 0,081 0,0078 2,7 0,49 1,2 0,22	2,9 0,53 — 0,67 0,12 1,4 0,25 0,88 0,16	1,9 0,34 — 1,3 0,24 0,074 0,013 0,57 0,10	0,69 0,13 — 2,0 0,36 — 1,4 — 0,25 0,062 0,011	0,23 0,042 — 2,2 0,40 — 2,0 — 0,36 0,092 0,017	0,020 0,0036 — 2,3 0,42 — 2,3 — 0,42 0,020 0,0036
31 0,86 0,99 0,027 29 0,81 3,0 0,084	27 0,75 — 0,072 0,020 24 0,67 2,7 0,075	22 0,61 — 1,3 0,036 18 0,50 2,2 0,061	16 0,44 — 2,6 0,072 12 0,33 1,7 0,047	9,8 0,27 — 3,8 0,11 5,1 0,14 1,1 0,031	4,7 0,13 — 4,8 0,13 — 0,55 0,015 0,56 0,016	1,2 0,033 — 5,5 0,15 — 4,4 0,12 0,20 0,0056	— 2,9 0,081 — 2,8 0,078 — 2,9 0,08 — 2,8 0,078
190 0,86 140 0,63 180 0,81 150 0,68	160 0,73 120 0,54 150 0,67 130 0,58	120 0,54 90 0,41 110 0,49 100 0,45	89 0,40 58 0,26 74 0,33 73 0,33	54 0,29 28 0,13 38 0,17 45 0,20	26 0,12 2,9 0,013 7,5 0,034 21 0,095	6,6 0,030 — 14 0,063 — 13 0,058 5,6 0,025	— 0,10 0,000 — 20 0,091 — 20 0,090 0 0
64.000 0,82 73 0,00094 64.000 0,82 190 0,0024	54.000 0,69 9,0 0,00064 54.000 0,69 170 0,0022	42.000 0,54 — 61 0,00078 42.000 0,54 130 0,0017	30.000 0,38 — 130 0,0027 29.000 0,37 95 0,0012	18.000 0,23 — 200 0,0026 18.000 0,23 59 0,00076	8.500 0,11 — 250 0,0032 8.200 0,10 28 0,00036	2.200 0,023 — 280 0,0036 1.900 0,024 7,1 0,000071	0 0 — 290 0,0037 — 290 0,0037 0 0

(*) Dans les tableaux 7.2 à 7.6 le nombre de gauche représenté $\Theta = X \cos \Phi$ et $e_{\Phi} = Y \sin \Phi$; le nombre de droite représente les quotients de ces nombres par le premier de chaque tableau, afin de pouvoir comparer plus aisément les diverses courbes.

quand Θ varie de -100 à $+100$ grades. Afin de pouvoir faire une comparaison entre les diverses figures et entre X et Y , on a, pour chaque valeur de ε et de $\lambda_0/2a$, multiplié X et Y par un certain facteur constant tel que $X = 1$ pour $\Theta = 0$. Ces courbes montrent que d'une façon générale le rayonnement dû au facteur d'élément sera le plus grand possible dans la direction $\Theta = 100$ grades quand $\lambda_0/2a$ est assez petit et que ε est assez grand ; et que le diagramme est plus large pour Y que pour X .

7.5. — Détermination du diagramme d'un radiateur cylindrique.

Nous allons donner ici un exemple de calcul de diagramme de rayonnement au moyen des résultats des §§ 7.3 et 7.4 ; c'est celui d'un cylindre de polythène ($\varepsilon = 2,25$) tel que $\lambda_0/2a = 2$ ($\lambda_0 = 3,2$ cm,

$2a = 1,6$ cm), de longueur $L = 5\lambda_0$ ($l = \lambda/\lambda_0 = 5$). Sur la figure (6.6), on voit que si l'on prend $h = \lambda_0/\lambda_0 = 0,90$, on a : $\lambda_0/2a = 1,80$ environ. La figure 7.16 représente alors le facteur de réseau, et la figure 7.17 représente les diagrammes de X et Y . On voit que les lobes secondaires sont importants surtout dans le plan de la polarisation (plan de X). Pratiquement on a toujours des diagrammes assez découpés dans le cas des radiateurs cylindriques. Les résultats théoriques concernant la longueur d'onde guidée λ_0 par le cylindre diélectrique ont conduit à penser qu'on pouvait supprimer ou tout au moins réduire dans de notables proportions l'amplitude de l'onde réfléchie, en donnant une légère conicité au radiateur diélectrique, de façon qu'à son extrémité sa section soit telle que $\lambda_0/\lambda_0 = 1$. Le radiateur est ainsi adapté sur le milieu ambiant puisque l'impédance de l'onde

TABLEAU 7.3. — $\varepsilon = 2,25$.

$\lambda_0/2a$	p	q	COURBES	0	2,5	5	7,5	10	20
1,50	1,80	1,51	$x \theta > 0$	3,7 1	3,7 1	3,7 1	3,7 1	3,7 1	3,6 0,97
			$y \theta > 0$	1,1 0,30	1,1 0,30	1,0 0,27	1,0 0,27	0,97 0,26	0,80 0,21
			$x \theta < 0$	3,7 1	3,6 0,97	3,6 0,97	3,6 0,97	3,5 0,95	3,3 0,98
			$y \theta < 0$	1,1 0,30	0,1 0,30	1,1 0,30	1,1 0,30	1,1 0,30	1,1 0,30
2	1,58	0,79	$x \theta > 0$	13 1	15 1	13 1	13 1	13 1	12 0,92
			$y \theta > 0$	4,4 0,11	4,4 0,11	4,3 0,1	4,2 0,092	4,2 0,092	4,0 0,061
			$x \theta < 0$	13 1	12 0,92	12 0,92	12 0,92	12 0,92	11 0,55
			$y \theta < 0$	4,4 0,11	1,5 0,12	1,5 0,12	1,5 0,12	1,6 0,12	1,6 0,12
2,5	1,36	0,38	$x \theta > 0$	98 1	98 1	98 1	97 0,99	97 0,99	91 0,93
			$y \theta > 0$	-0,80 0,0082	-0,97 0,0099	-1,2 0,012	-1,3 0,013	-1,5 0,015	-2,4 0,025
			$x \theta < 0$	98 1	98 1	97 0,99	97 0,99	95 0,97	89 0,91
			$y \theta < 0$	-0,80 0,0082	-0,65 0,0066	-0,50 0,0051	-0,36 0,0037	-0,24 0,0024	+0,18 0,0018
3	1,16	0,16	$x \theta > 0$	1,600 1	1,600 1	1,600 1	1,600 1	1,600 1	1,500 0,94
			$y \theta > 0$	21 0,013	20 0,013	19 0,012	18 0,012	17 0,011	12 0,075
			$x \theta < 0$	1,600 1	1,600 1	1,600 1	1,600 1	1,600 1	1,500 0,94
			$y \theta < 0$	21 0,013	22 0,014	22 0,014	23 0,014	23 0,014	23 0,014

30	40	50	60	70	80	90	100
4 0,92	3,1 0,84	2,6 0,70	2,0 0,54	1,3 0,35	0,41 0,11	0,15 0,040	- 0,022 0,0060
55 0,15	0,22 0,059	- 0,19 0,051	- 0,66 0,18	- 1,1 0,30	- 1,7 0,46	- 1,8 0,49	- 1,9 0,51
9 0,78	2,3 0,62	1,6 0,43	0,70 0,19	- 0,25 0,068	- 1,31 0,35	- 1,7 0,46	- 1,9 0,51
1 0,30	1,0 0,27	0,85 0,23	0,65 0,18	0,12 0,11	0,028 0,076	0,074 0,012	0,022 0,0060
31 0,85	9,5 0,73	7,7 0,59	5,6 0,43	3,5 0,27	1,6 0,12	0,39 0,03	- 0,051 0,0039
8 0,021	- 0,29 0,022	- 0,97 0,074	- 1,7 0,13	- 2,4 0,31	- 2,9 0,22	- 3,3 0,25	- 3,4 0,26
5 0,75	7,9 0,60	5,6 0,43	3,1 0,24	0,62 0,048	- 1,50 0,11	- 2,9 0,22	- 3,4 0,26
5 0,12	1,4 0,11	1,1 0,085	0,86 0,066	0,56 0,043	0,29 0,022	0,11 0,0084	0,051 0,0039
5 0,84	7,0 0,71	5,5 0,56	3,9 0,40	2,1 0,24	1,1 0,11	2,7 0,028	- 0,30 0,003
5 0,036	- 4,7 0,048	- 5,9 0,060	- 7,1 0,073	- 8,2 0,084	9,1 0,093	9,7 0,099	- 9,9 0,10
44 0,80	6,5 0,66	4,9 0,50	3,2 0,33	1,6 0,16	2,3 0,074	- 6,7 0,068	- 9,9 0,10
44 0,0045	0,58 0,0059	0,62 0,0063	0,57 0,0058	0,49 0,0090	0,40 0,0041	0,33 0,0030	0,30 0,0030
300 0,81	1,100 0,69	860 0,54	610 0,38	370 0,23	170 0,11	45 0,023	- 0,035 0
4,8 0,00030	3,5 0,00022	- 12 0,0075	- 21 0,013	- 30 0,019	- 36 0,022	- 40 0,025	- 42 0,026
300 0,81	1,100 0,69	860 0,54	570 0,36	330 0,21	130 0,081	3,7 0,00023	- 42 0,026
22 0,014	19 0,012	15 0,0094	11 0,0068	6,8 0,00042	3,3 0,00020	0,86 0,0000	0,035 0,0020

TABLEAU 7.4. — $\varepsilon = 3$.

$\frac{\lambda_0}{2a}$	p	q	COURBES	0	2,5	5	7,5	* 10	20
1,5	1,98	2,23	$x \theta > 0$ $y \theta > 0$ $x \theta < 0$ $y \theta < 0$	1,5 1 0,70 0,44 1,6 1 0,70 0,44	1,6 1 0,68 0,42 1,6 1 0,71 0,44	1,6 1 0,66 0,41 1,6 1 0,72 0,45	1,7 1,07 0,64 0,40 1,6 1 0,73 0,46	1,7 1,07 0,62 0,39 1,5 0,94 0,74 0,46	1,6 1 0,49 0,31 1,4 0,88 0,74 0,46
2	1,82	1,28	$x \theta > 0$ $y \theta > 0$ $x \theta < 0$ $y \theta < 0$	3,0 1 0,46 0,15 3,0 1 0,46 0,15	3,0 1 0,44 0,15 3,0 1 0,49 0,16	3,1 1,04 0,40 0,13 3,00 1 0,51 0,17	3,1 1,04 0,37 0,12 2,9 0,97 0,53 0,18	3,1 1,04 0,53 0,11 2,9 0,97 0,54 0,118	3,0 1 0,15 0,05 2,5 0,83 0,57 0,19
2,5	1,63	0,71	$y \theta < 0$ $x \theta < 0$ $y \theta > 0$	11 1 — 0,11 0,01 11 1 — 0,11 0,01	11 1 — 0,16 0,014 11 1 — 0,052 0,0047	11 1 — 0,23 0,021 10 0,91 + 0,046 0,0042	11 1 — 0,29 0,026 10 0,91 + 0,046 0,0042	11 1 — 0,36 0,033 10 0,91 0,088 0,0080	10 0,91 — 0,68 0,062 9,3 0,85 0,22 0,020
3	1,44	0,37	$x \theta > 0$ $y \theta > 0$ $x \theta < 0$ $y \theta < 0$	64 1 0,52 0,0081 63 0,98 0,52 0,0081	64 1 0,36 0,0056 63 0,98 0,66 0,0103	63 0,98 0,20 0,0031 63 0,98 0,79 0,012	63 0,98 0,022 0,00034 62 0,97 0,90 0,014	63 0,98 — 0,17 0,0026 61 0,96 1,0 0,026	59 0,92 — 1,1 0,017 57 0,89 1,3 0,020

30	40	50	60	70	80	90	100
1,6 1 0,32 0,20 1,1 0,69 0,71 0,44	1,4 0,88 0,078 0,049 0,83 0,52 0,64 0,40	1,2 0,75 — 0,22 0,14 0,41 0,26 0,52 0,32	0,94 0,59 — 0,55 0,34 — 0,069 0,043 0,38 0,24	0,63 0,39 — 0,88 0,55 — 0,57 0,36 0,22 0,14	0,20 0,125 — 1,3 0,81 — 1,2 0,75 — 0,073 0,046	0,13 0,081 — 1,4 0,88 — 1,3 0,81	0,000 0,00 — 1,5 0,94 — 1,5 0,94
2,7 0,90 — 0,085 0,028 2,1 0,70 0,56 0,19	2,4 0,80 — 0,37 0,12 1,5 0,50 0,51 0,17	1,9 0,63 0,69 0,23 0,83 0,28 0,42 0,14	1,4 0,47 — 1,0 0,33 0,079 0,026 0,31 0,10	0,88 0,029 — 1,3 0,43 — 0,65 0,022 0,20 0,066	0,42 0,0014 — 1,6 0,53 — 1,3 0,43 0,096 0,032	0,11 0,00036 — 1,8 0,60 — 1,7 0,57 0,026 0,0086	0,000 0,000 — 1,8 0,60 — 1,8 0,60
9,2 0,84 — 1,1 0,1 7,9 0,72 0,30 0,027	7,8 0,71 — 1,5 0,14 6,1 0,56 0,33 0,030	6,1 0,56 1,9 0,17 4,1 0,37 0,32 0,029	4,4 0,40 — 2,4 0,22 1,9 0,17 0,28 0,026	2,6 0,24 — 2,8 0,26 — 0,16 0,014 0,23 0,021	1,2 0,11 — 3,1 0,28 — 1,9 0,17 0,18 0,016	0,20 0,018 — 3,3 0,30 — 3,0 0,27 0,15 0,014	— 0,14 0,013 — 3,4 0,31 — 3,4 0,31 0,14 0,013
53 0,83 — 2,1 0,033 49 0,77 1,4 0,022	45 0,70 — 3,3 0,052 40 0,63 1,3 0,020	35 0,55 — 4,5 0,070 29 0,45 1,1 0,017	25 0,39 — 5,7 0,089 18 0,28 0,87 0,014	15 0,23 — 6,8 0,106 7,7 0,12 0,69 0,0092	7,0 0,11 — 7,7 0,12 — 0,89 0,014 0,33 0,0052	1,7 0,027 — 8,3 0,13 — 6,5 0,10 0,15 0,0023	— 0,090 0,0014 — 8,5 0,133 — 8,5 0,137 0,090 0,0014

TABLEAU 7.5. — $z = 4$

$\frac{\lambda_0}{2a}$	p	q	Courbes	0	2.5	5	7.5	10	20
1.5	2.08	3.00	$x \theta < 0$	1.1 1	1.1 1	1.1 1	1.1 1	1.1 1	1.1 1
			$y \theta < 0$	0.59 0.53	0.57 0.52	0.56 0.51	0.54 0.49	0.52 0.47	0.49 0.36
			$x \theta > 0$	1.1 1	1.1 1	1.0 0.91	1.0 0.91	0.99 0.90	0.85 0.77
2	1.98	1.86	$x \theta < 0$	5.9 1	6.0 1.02	6.1 1.01	6.1 1.01	6.1 1.01	6.1 1.01
			$y \theta < 0$	15 2.54	15 2.54	15 2.54	15 2.54	15 2.54	14 2.37
			$x \theta > 0$	5.9 1	5.9 1	5.7 0.96	5.6 0.95	5.5 0.93	4.9 0.83
3	1.75	0.77	$x \theta < 0$	4.5 1	4.5 1	4.5 1	4.5 1	4.5 1	4.1 0.98
			$y \theta < 0$	0.24 0.0053	0.067 0.015	0.11 0.024	0.16 0.036	0.22 0.049	0.46 0.102
			$x \theta > 0$	4.5 1	4.4 0.98	4.3 0.98	4.2 0.96	4.2 0.94	3.7 0.82
4	1.56	0.46	$x \theta < 0$	710 1	710 1	710 1	700 0.99	700 0.99	650 0.92
			$y \theta < 0$	1.0 0.0014	0.40 0.00056	0.24 0.00034	0.92 0.0013	1.7 0.0024	5.0 0.0071
			$x \theta > 0$	710 1	710 1	710 1	700 0.99	690 0.97	640 0.90
5	1.36	0.16	$x \theta < 0$	1.0 0.0014	1.5 0.0021	2.1 0.0030	2.5 0.0035	2.9 0.0041	4.0 0.0056
			$y \theta < 0$	1.0 0.0014	1.5 0.0021	2.1 0.0030	2.5 0.0035	2.9 0.0041	4.0 0.0056
			$x \theta > 0$	1.0 0.0014	1.5 0.0021	2.1 0.0030	2.5 0.0035	2.9 0.0041	4.0 0.0056

30	40	50	60	70	80	90	100
1.1 1	1.0 0.91	0.87 0.79	0.69 0.63	0.50 0.46	0.19 0.17	0.18 0.16	0.13 0.12
0.23 0.21	0.01 0.0001	0.26 0.24	0.56 0.51	0.87 0.79	1.3 1.2	1.3 1.2	1.4 1.3
0.66 0.60	0.49 0.36	0.66 0.60	0.82 0.29	0.71 0.61	1.2 1.1	1.3 1.2	1.4 1.3
0.59 0.53	0.51 0.46	0.41 0.37	0.27 0.25	0.13 0.12	0.16 0.15	0.100 0.111	0.13 0.12
5.9 1	5.5 0.96	4.9 0.83	4.2 0.71	3.4 0.58	2.7 0.46	2.3 0.39	2.1 0.36
12 2.03	10 1.79	7.4 1.26	4.4 0.75	1.1 0.23	1.1 0.19	2.8 0.48	3.4 0.58
4.0 0.68	2.9 0.49	1.5 0.25	0.14 0.024	1.2 0.20	2.4 0.41	3.1 0.53	3.4 0.58
13 2.20	11 1.86	8.2 1.39	5.4 0.92	2.5 0.42	0.12 0.020	1.5 0.25	2.1 0.36
4.0 0.89	3.4 0.76	2.7 0.60	1.9 0.42	1.2 0.27	0.57 0.13	0.17 0.038	0.031 0.0069
0.75 0.17	1.1 0.24	1.4 0.31	1.7 0.38	2.0 0.44	2.3 0.51	2.4 0.53	2.5 0.56
2.9 0.65	2.0 0.60	1.0 0.22	0.022 0.0049	0.99 0.22	1.8 0.40	2.8 0.51	2.5 0.56
0.24 0.053	0.24 0.053	0.20 0.045	0.15 0.033	0.083 0.018	0.024 0.0053	0.017 0.0038	0.031 0.0069
580 0.82	480 0.68	370 0.52	260 0.37	160 0.22	74 0.10	19 0.027	0.031 0.000
9.0 0.012	13 0.018	18 0.025	22 0.031	26 0.037	29 0.041	31 0.044	31 0.044
560 0.790	460 0.650	350 0.490	240 0.240	130 0.180	44 0.062	12 0.017	31 0.044
4.5 0.0063	4.3 0.0061	3.7 0.0052	2.7 0.0038	1.7 0.0024	0.84 0.0012	0.000 0.000	0.000 0.000

TABLEAU 7.6. — $\epsilon = 5$.

$\frac{\lambda_0}{2a}$	p	q	COURBES	0	2,5	5	7,5	10	20
1,5	2,12	3,60	$x\theta > 0$	0,90 1	0,92 1	0,93 1,04	0,95 1,06	0,96 1,07	0,97 1,08
			y	0,58 0,65	0,56 0,62	0,55 0,61	0,53 0,59	0,50 0,56	0,39 0,43
			$x\theta < 0$	0,90 1	0,88 0,98	0,86 0,96	0,84 0,93	0,81 0,90	0,68 0,76
			y	0,58 0,65	0,59 0,66	0,60 0,67	0,61 0,68	0,61 0,68	0,61 0,68
2	2,06	2,36	$x\theta > 0$	0,84 1	0,86 1,02	0,87 1,04	0,89 1,06	0,90 1,07	0,90 1,07
			y	0,18 0,204	0,16 0,19	0,14 0,17	0,12 0,14	0,098 0,117	— 0,02 0,024
			$x\theta < 0$	0,84 1	0,82 0,98	0,79 0,94	0,76 0,90	0,73 0,87	0,57 0,68
			y	0,18 0,204	0,20 0,24	0,21 0,25	0,22 0,26	0,23 0,27	0,25 0,30
3	1,85	0,96	$x\theta > 0$	2,3 1	2,3 1	2,4 1,05	2,4 1,05	2,4 1,05	2,3 1
			y	— 0,20 0,087	— 0,23 0,10	— 0,26 0,11	— 0,30 0,13	— 0,34 0,15	— 0,31 0,22
			$x\theta < 0$	2,3 1	2,3 1	2,2 1	2,2 0,96	2,1 0,96	1,8 0,92
			y	— 0,20 0,087	— 0,16 0,69	— 0,14 0,060	— 0,11 0,048	— 0,085 0,037	— 0,01 0,00043
4	1,54	0,32	$x\theta > 0$	47 1	47 1	47 1	46 0,98	46 0,98	43 0,92
			y	— 0,27 0,0057	— 0,42 0,0090	— 0,59 0,012	— 0,76 0,016	— 0,95 0,020	— 1,8 0,038
			$x\theta < 0$	47 1	46 0,98	46 0,98	46 0,98	45 0,96	41 0,87
			y	— 0,27 0,0057	— 0,13 0,0028	+ 0,008 0,0017	0,13 0,0028	0,24 0,0051	0,57 0,012

30	40	50	60	70	80	90	100
0,95 1,06	0,89 0,99	0,79 0,88	0,65 0,72	0,50 0,56	0,22 0,245	0,24 0,267	0,21 0,233
0,22 0,245	— 0,01 0,011	— 0,29 0,32	— 0,60 0,67	— 0,92 1,02	— 1,4 1,56	— 1,4 1,56	— 1,41 1,56
0,49 0,545	0,23 0,256	— 0,085 0,095	— 0,45 0,50	— 0,82 0,91	— 1,3 1,45	— 1,4 1,56	— 1,4 1,56
0,57 0,63	0,49 0,54	0,37 0,41	0,22 0,245	0,068 0,076	— 0,24 0,27	— 0,17 0,19	— 0,21 0,23
0,87 1,04	0,78 0,93	0,67 0,80	0,52 0,62	0,38 0,45	0,25 0,30	0,16 0,19	0,13 0,15
— 0,17 0,20	— 0,36 0,43	— 0,56 0,67	— 0,78 0,93	— 0,98 1,17	— 1,2 1,43	— 1,3 1,55	— 1,3 1,55
0,36 0,43	0,10 0,12	— 0,20 0,24	— 0,51 0,61	— 0,82 0,98	— 1,1 1,3	— 1,2 1,4	— 1,3 1,55
0,24 0,29	0,20 0,24	0,15 0,18	0,074 0,088	0 0	— 0,066 0,079	— 0,11 0,13	— 0,13 0,16
2,1 0,91	1,8 0,78	1,4 0,61	1,0 0,43	0,63 0,27	0,31 0,13	0,096 0,042	0,02 0,008
— 0,72 0,31	— 0,94 0,41	— 1,2 0,52	— 1,4 0,61	— 1,6 0,70	— 1,7 0,74	— 1,9 0,83	— 1,9 0,83
1,3 0,57	0,77 0,33	0,17 0,074	0,45 0,79	— 1,0 0,43	— 1,5 0,66	— 1,8 0,79	— 1,9 0,83
+ 0,041 0,018	0,062 0,027	0,062 0,027	0,047 0,020	0,02 0,0087	0 0	— 0,02 0,0087	— 0,02 0,0087
39 0,83	32 0,68	25 0,53	18 0,38	11 0,23	5,0 0,11	1,3 0,028	0,02 0,0092
— 2,8 0,060	— 3,8 0,081	— 4,9 0,105	— 6,0 0,13	— 6,9 0,15	— 7,6 0,16	— 8,1 0,17	— 8,2 0,175
35 0,75	28 0,60	19 0,40	11 0,23	3,4 0,072	— 2,8 0,060	— 6,8 0,14	— 8,2 0,17
0,73 0,016	0,75 0,016	0,66 0,014	0,51 0,011	0,31 0,0066	0,14 0,0030	0,02 0,00042	— 0,02 0,00012

progressive le long de l'axe est la même à l'extrémité du radiateur et dans l'air ambiant. D'autre part, en se reportant aux figures 6.6 et 6.8, on constate que la proportion de puissance qui reste à l'extrémité du radiateur est extrêmement faible. Donc la conicité a aussi pour effet de rendre négligeable le phénomène de diffraction de l'extrémité.

Dans ce raisonnement, nous avons admis que la conicité des radiateurs est assez faible pour qu'on puisse considérer comme vraies, pour chacune de ses sections droites, les formules établies pour le cylindre. Les conicités pratiquement employées sont toujours très faibles. En toute rigueur cependant les solutions des équations de MAXWELL utilisées ne satisfont pas aux conditions aux limites. D'autre part, la figure 6.6 montre qu'on ne peut pas atteindre pour λ_0 la valeur λ_0 . P. MALLACH [2] a donné cependant pour le diamètre minimum et le diamètre maximum des radiateurs coniques les formules

$$(7.17) \quad (2a)_{\max} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\pi(\varepsilon-1)}}; \quad (2a)_{\min} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2,5\pi(\varepsilon-1)}}$$

En calculant les valeurs de $\lambda_0/(2a)_{\max}$ et $\lambda_0/(2a)_{\min}$ pour les valeurs de $\varepsilon : 2 ; 2,25 ; 3 ; 4 ; 5$, on obtient le tableau 7.7 (*).

En comparant les valeurs de ce tableau avec les courbes de notre figure 6.6 ($\lambda_0/2a$ fonction $\lambda_0/2a$), on trouve que les diamètres minimums de MALLACH correspondent à des points très voisins de la première bissectrice ($\lambda_0 \neq \lambda_0$) et que ses diamètres maximums correspondent sensiblement aux points situés sur la droite $h = \lambda_0/\lambda_0 = 0,90$. C'est aussi aux environs de cette droite qu'il faut rester pour avoir les diagrammes les meilleurs pour les radiateurs cylindriques.

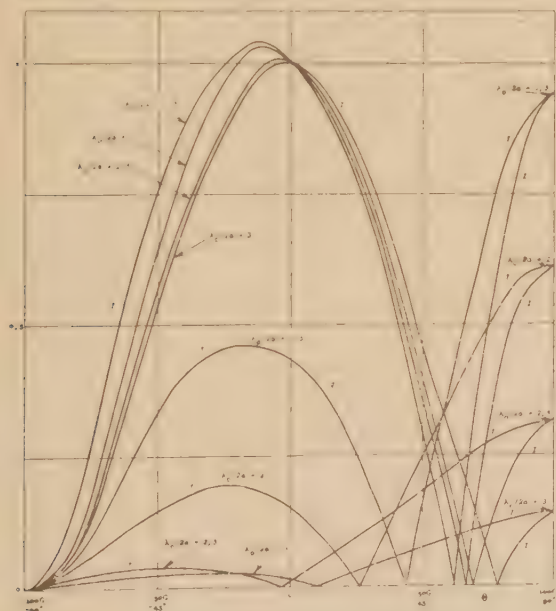


FIG. 7.13. — Le facteur d'élément du cylindre diélectrique ; composantes X et Y pour $\varepsilon = 3$ et pour diverses valeurs de $\lambda_0/2a$.

7.6. — Étude théorique du radiateur conique de faible conicité.

Nous supposons que l'ouverture des cônes utilisés

est assez faible pour qu'on puisse assimiler un de ces cônes à un cylindre dont le rayon de la section droite varie lentement quand elle se déplace le long de l'axe. Nous posons

$$(7.17) \quad da = -t dz$$

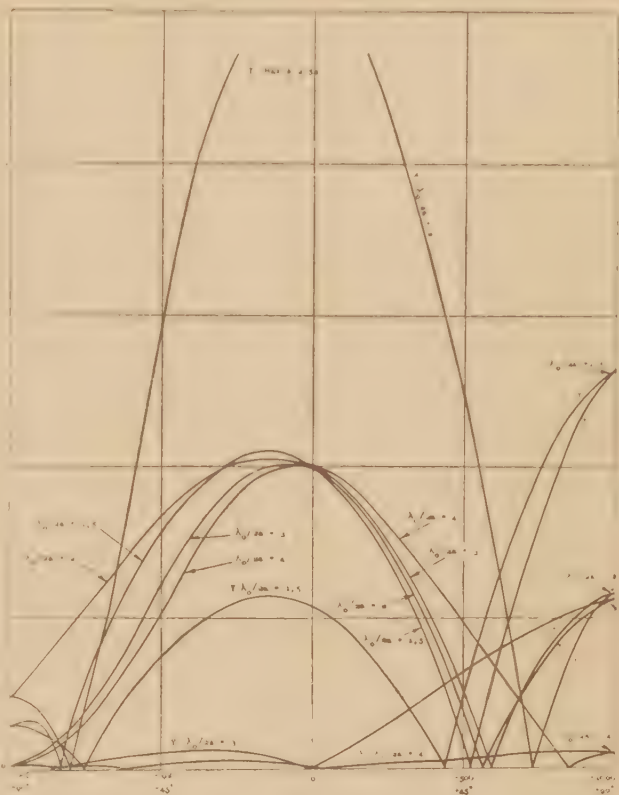


FIG. 7.14. — Le facteur d'élément du cylindre diélectrique ; composantes X et Y pour $\varepsilon = 4$ et pour diverses valeurs de $\lambda_0/2a$.

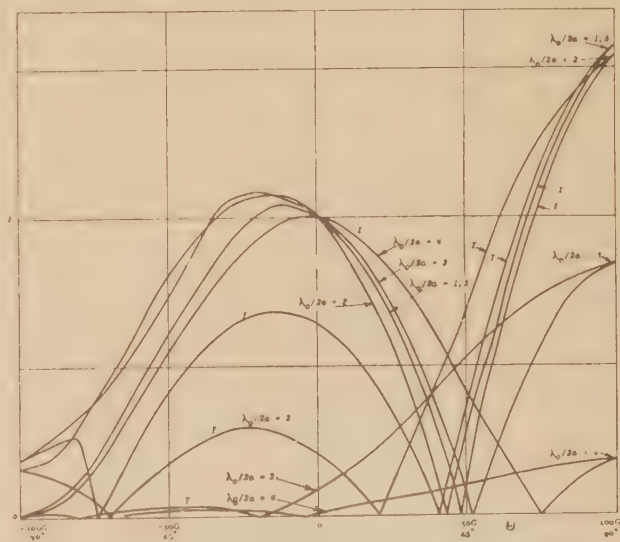


FIG. 7.15. — Le facteur d'élément du cylindre diélectrique ; composantes X et Y pour $\varepsilon = 5$ et pour diverses valeurs de $\lambda_0/2a$.

a étant le rayon de la section droite et t un coefficient. Si $\Gamma = j2\pi/\lambda_0$ est la constante de propagation le long de l'axe, p et a seront liés par une relation résultant de l'élimination de p et q^* entre les trois relations (6.18) et (6.19) ; différentiant la deuxième

(*) Ce tableau est par erreur appelé 1.1, page 4.

équation (6.18) et l'équation (6.19), on aura :

$$(7.18) \quad \begin{aligned} p dp + q^* dq^* &= (4\pi^2/\lambda_0^2) a da (\varepsilon - 1) \\ p dp + \varepsilon q^* dq^* &= -(\varepsilon - 1) [\Gamma d\Gamma a^2 + \Gamma^2 a da]. \end{aligned}$$

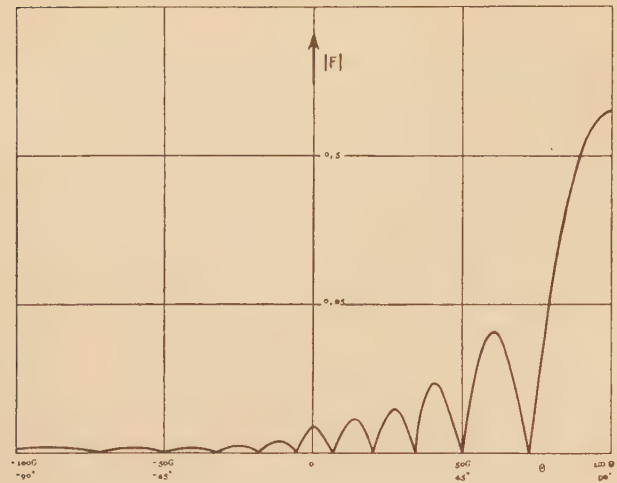


FIG. 7.16. — Le facteur de réseau $|F| = |\sin \pi L [(\sin \Theta) / \lambda_0 - 1 / \lambda_g] / \pi L [(\sin \Theta) / \lambda_0 - 1 / \lambda_g]|$ pour $l = 5$, $h = 0,90$.

Si d'autre part on différentie l'équation de SCHELKUNOFF (6.18), on aura une expression qui pourra s'écrire sous la forme

$$dp/g(p, q^*) = dq^*/g(p, q^*)$$

et même

$$\frac{dp}{f(p, q^*)} = \frac{dq^*}{g(p, q^*)} = \frac{p dp + q^* dq^*}{p f + q^* g} = \frac{4\pi^2 (\varepsilon - 1) a da}{\lambda_0^2 (p f + q^* g)}$$

ce qui permet de tirer dp et dq en fonction de da . En portant dans l'équation (7.18), on aura $d\Gamma/\Gamma$ sous la forme

$$d\Gamma/\Gamma = [u(p, q^*) + j v(p, q^*)] da/a$$

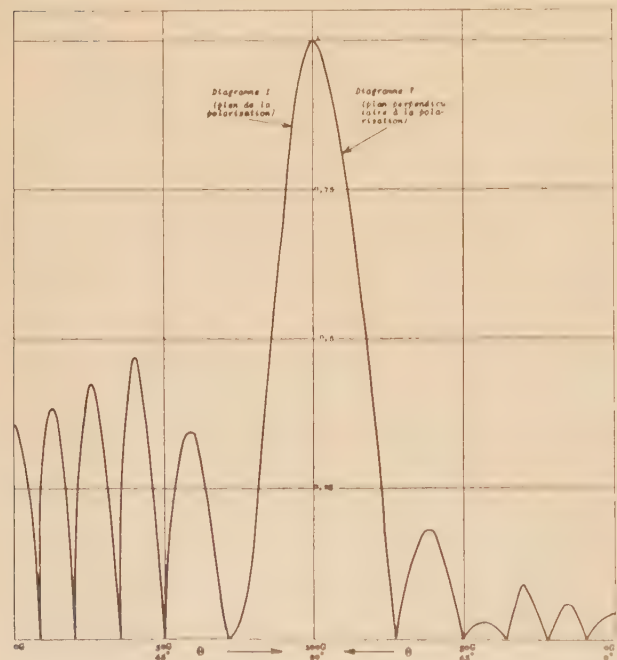


FIG. 7.17. — Les diagrammes en X et Y pour un radiateur cylindrique de polyéthène ($\varepsilon = 2,25$) avec $\lambda_0/2a = 2$, $l = 5$, $h = 0,90$.

et, en utilisant les courbes de la figure 6.5, on pourra calculer Γ de proche en proche.

Théoriquement, par ce procédé joint aux constructions graphiques de réseau du § 5.17, on pourra ainsi construire le diagramme de rayonnement du cône diélectrique. Nous n'avons pas poussé plus loin ce calcul qui paraît assez laborieux.

7.7. — Possibilité d'application aux antennes diélectriques des cylindres diélectriques à âme métallique ou des cylindres formés de deux diélectriques concentriques.

On a étudié à la fin des chapitres 6 des dispositifs formés d'un cylindre de diélectrique contenant une âme métallique ou une âme formée d'un autre diélectrique.

En cherchant à appliquer aux antennes diélectriques les résultats des §§ 6.8 et 6.9, on s'aperçoit d'abord que les modes à symétrie de révolution sont à rejeter lorsqu'on veut constituer une antenne diélectrique à rayonnement en bout, car ces modes donneront obligatoirement un champ nul sur l'axe, étant donné qu'on peut associer les éléments rayonnants de la surface cylindrique du radiateur par couples symétriques par rapport à l'axe, sièges de champs opposés. Cette remarque est d'ailleurs valable pour les cylindres diélectriques sans âme métallique, et les résultats du § 6.5 n'ont de ce fait pas d'application non plus aux radiateurs diélectriques à rayonnement en bout.

A l'opposé, il paraît possible d'utiliser comme antenne diélectrique à rayonnement en bout un cylindre diélectrique à âme conductrice, en l'excitant avec une onde du type EM_{11} , et de déterminer les rapports b/λ_0 et a/λ_0 des rayons du cylindre diélectrique et de son âme métallique à la longueur d'onde pour obtenir des diagrammes satisfaisants.

On pourrait faire un usage analogue d'antennes diélectriques constituées, comme c'est le cas aux §§ 6.11 et 6.12 d'un cylindre diélectrique revêtu d'une gaine cylindrique formée d'un diélectrique différent.

N'oublions pas de rappeler que les tubes diélectriques peuvent être utilisés comme antennes dans les conditions analogues aux radiateurs diélectriques pleins.

CHAPITRE VIII

CALCUL THÉORIQUE DU DISPOSITIF DE COUPLAGE

8.1. — Le dispositif de couplage par un trou percé dans la paroi du guide rectangulaire.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de faire une théorie du couplage expérimental utilisé au chapitre II et représenté sur la figure 8.1. Dans le présent paragraphe et les suivants, nous nous bornerons à l'étude des couplages par les petits orifices. Nous essaierons en fin de chapitre de raccorder les résultats théoriques obtenus aux résultats expérimentaux au chapitre III.

Dans le cas des trous de diamètre petit devant la longueur d'onde, la réactance présentée au guide rectangulaire par la charge série constituée par le radiateur diélectrique est faible et on peut ne pas tenir compte de la vis d'accord. On se trouve donc dans un cas analogue à celui qui a été traité par BETHE [17] concernant le couplage par un petit orifice.

Mais les différences que présente avec celui de BETHE le cas que nous allons étudier sont les suivantes :

1° la paroi qui sépare les deux zones formées par le guide rectangulaire et par le guide circulaire n'est pas infiniment mince ;

2° les milieux diélectriques de part et d'autre du trou ne sont pas identiques.

La formule (*) relative au couplage d'un guide branché sur un autre guide où passe l'onde principale est donnée dans le système de GIORGI par

$$S_1 A = \frac{-j}{\lambda_0 S_1} \left[M_u \epsilon_0 H_u^0 H_u^1 - M_v \eta H_v^0 H_v^1 - \frac{P \eta E_n^0}{\eta_0} E_n^1 \right] \quad (8.1)$$

où les quantités qui y entrent ont la signification suivante (fig. 8.1). Soit Ouv le plan de la surface conductrice de séparation des deux régions, et On la normale à ce plan ; l'origine est le centre du petit orifice qui fait communiquer ces deux régions ; la région où se trouvent les champs électromagnétiques excitants est dans la direction de On négatif ; la région où on étudie les champs excités par l'orifice correspond à la région positive de On (fig. 8.1).



FIG. 8.1. — Les axes du trou de couplage.

On désigne par $E_u^0, E_v^0, E_n^0, H_u^0, H_v^0, H_n^0$ les valeurs qu'auraient à l'origine les champs excitants si l'orifice n'existait pas ($E_u^0 = E_v^0 = H_n^0 = 0$, car la surface est conductrice) du côté négatif de On . Dans la région qui correspond à la partie positive de On , toute distribution électromagnétique possible

(*) La formule (8.1) que nous utiliserons provient du calcul original de BETHE sur les couplages par les petits orifices dans une paroi plane par les intermédiaires suivants : l'ouvrage de MONTGOMERY [19] donne une formule tirée de la théorie de BETHE, mais d'un usage plus général ; cette formule, comme tous les calculs de BETHE, est valable dans le système de GAUSS, le diélectrique placé à l'intérieur des guides d'ondes étant le vide. L. ROBIN [18] a écrit cette formule dans le système de GIORGI, sous la forme

$$A = \frac{\pi j}{\lambda_0 S_1} [M_u \eta H_u^0 H_u^1 - M_v \eta H_v^0 H_v^1 - P E_n^0 E_n^1]$$

en l'absence du trou peut s'exprimer comme somme géométrique d'une suite de distributions simples appelées modes. Nous nous proposons d'étudier comment l'un de ces modes est excité par l'orifice. On désigne par $E_u, E_v, E_n, H_u, H_v, H_n$ les valeurs des champs prises par les champs du mode étudié, et on affecte de l'indice 1 leur valeur à l'origine du côté positif de On (on a : $E_u^1 = E_v^1 = H_n^1 = 0$, car la surface de séparation est conductrice). Les quantités M_u, M_v, P sont des coefficients déterminés par BETHE, appelés polarisabilités magnétique et électrique du trou ; leurs valeurs sont

$$(8.2) \quad M_u = M_v = 4r^3/3 \quad P = 2r^3/3$$

(r étant le rayon du trou supposé circulaire) (**).

η est l'impédance intrinsèque du milieu ($\eta = \sqrt{\epsilon/\mu}$), S_1 est un coefficient de normalisation, qui n'est autre que le flux du vecteur de POYNTING du mode étudié à travers une surface entourant l'origine et limité à la surface conductrice de séparation. Le coefficient A donné par la formule est tel que les champs du mode étudié couplé par l'origine ont pour valeur

$$A E_u, A E_v, A E_n, A H_u, A H_v, A H_n.$$

8.2. — Application au couplage des radiateurs diélectriques.

Dans le dispositif de la figure 8.2, les champs sont donnés par les formules suivantes :

Champs excitants : mode TE_{01} du guide rectangulaire

$$(8.3) \quad \begin{aligned} E_x^0 &= E_y^0 = H_z^0 = 0 \\ E_y^0 &= -j \frac{2a}{\lambda_0} \eta_0 \cos \frac{\pi x}{a} e^{-\frac{2\pi}{\lambda_{0g}} |z|} \\ H_x^0 &= j \frac{2a}{\lambda_{0g}} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-\frac{2\pi}{\lambda_{0g}} |z|} \\ H_z^0 &= -\frac{4a^2}{\lambda_0^2} \sin \frac{\pi x}{a} \cdot e^{-\frac{2\pi}{\lambda_{0g}} |z|}. \end{aligned}$$

Champs des principaux modes du guide circulaire :

Onde TE_{11}

$$(8.4) \quad \begin{aligned} E_\varphi &= 0 \\ E_z &= \frac{\lambda_c^2 \eta}{2\pi \lambda_0 \varphi} J_1 \left(\frac{2\pi \rho}{\lambda_c} \right) \sin \varphi e^{-\Gamma z} \\ E_\rho &= -\frac{\lambda_c}{\lambda_0} \eta J_1' \left(\frac{2\pi \rho}{\lambda_c} \right) \cos \varphi e^{-\Gamma z} \\ H_\varphi &= -j J_1 \left(\frac{2\pi \rho}{\lambda_c} \right) \cos \varphi e^{-\Gamma z} \\ H_z &= -\frac{\lambda_c}{\lambda_0} J_1 \left(\frac{2\pi \rho}{\lambda_c} \right) \cos \varphi e^{-\Gamma z} \\ H_\rho &= \frac{\lambda_c^2}{2\pi \lambda_0 \varphi} J_1' \left(\frac{2\pi \rho}{\lambda_c} \right) \sin \varphi e^{-\Gamma z} \end{aligned}$$

η étant l'impédance intrinsèque du milieu commun remplissant tous les guides d'ondes.

C'est à partir de cette formule que nous avons établi la formule 8-1 ci-dessus. Nous avons tenu compte de ce que, sur la surface de séparation de deux diélectriques, les champs tangentiels ne subissent aucune discontinuité, alors que les champs normaux sont dans le rapport inverse des impédances intrinsèques des deux milieux.

(**) Voir pour les polarisabilités d'autres formes de trous [18], § 6.11.

Onde TM_{01}

$$\begin{aligned}
 E_y &= J_0 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) e^{-\Gamma z} \\
 E_\rho &= j \frac{\lambda_c}{\lambda_g} J'_0 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) e^{-\Gamma z} \\
 (8.5) \quad E_\varphi &= 0 \\
 H_y &= 0 \\
 H_\rho &= 0 \\
 H_\varphi &= -j \frac{\lambda_c}{\lambda_g \eta} J'_0 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) e^{-\Gamma z}
 \end{aligned}$$

Onde TM_{11}

$$\begin{aligned}
 E_y &= -j J_1 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} e^{-\Gamma z} \\
 E_\rho &= -\frac{\lambda_c}{\lambda_g} J'_1 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} e^{-\Gamma z} \\
 (8.6) \quad E_\varphi &= -\frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_g\rho} J_1 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \frac{-\sin \varphi}{\cos \varphi} e^{-\Gamma z} \\
 H_y &= 0 \\
 H_\rho &= \frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_g\eta} J_1 \left(\frac{\lambda_c}{2\pi\rho} \right) \frac{-\sin \varphi}{\cos \varphi} e^{-\Gamma z} \\
 H_\varphi &= -\frac{\lambda_c}{\lambda_g} J'_1 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} e^{-\Gamma z}
 \end{aligned}$$

Onde TE_{01}

$$\begin{aligned}
 E_y &= 0 \\
 E_\rho &= 0 \\
 E_\varphi &= j \frac{\lambda_c}{\lambda} \eta J'_0 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) e^{-\Gamma z} \\
 (8.7) \quad H_y &= J_0 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) e^{-\Gamma z} \\
 H_\rho &= -j \frac{\lambda_c}{\lambda_g} J'_0 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) e^{-\Gamma z} \\
 H_\varphi &= 0.
 \end{aligned}$$

Le mode TE_{21} a une longueur d'onde de coupure inférieure à celle des modes TE_{01} et TM_{11} , mais les champs sont nuls sur l'axe ; ils ne sont donc pas

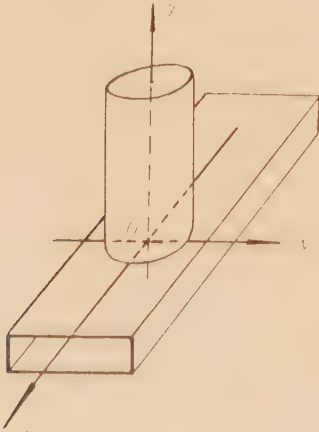


FIG. 8.2. — Le couplage du guide circulaire sur le guide rectangulaire.

excités par une source électromagnétique placée sur l'axe du guide circulaire.

Les valeurs, pour $\rho = 0$, de ces divers champs sont données par le tableau suivant.

Guide rectangulaire :

$$\begin{aligned}
 E_x^0 &= E_z^0 = H_y^0 = 0 & H_x^0 &= j \frac{2a}{\lambda_{0g}} \\
 (8.8) \quad E_y^0 &= -j \frac{2a}{\lambda_0} \gamma_0 & H_z^0 &= 0
 \end{aligned}$$

Guide circulaire :

Onde TE_{11}

$$\begin{aligned}
 E_y &= 0 & H_y &= 0 \\
 (8.9) \quad E_\rho(\varphi = 0) &= (\lambda/2\lambda_c)\eta & H_\rho(\varphi = 0) &= -\lambda_c/2\lambda_g \\
 E_\varphi(\varphi = \pi/2) &= 0 & H_\varphi(\varphi = \pi/2) &= 0
 \end{aligned}$$

Onde TM_{01}

$$\begin{aligned}
 E_y &= 1 & H_y &= 0 \\
 (8.10) \quad E_\rho &= 0 & H_\rho &= 0 \\
 E_\varphi &= 0 & H_\varphi &= 0
 \end{aligned}$$

Onde TM_{01}

$$\begin{aligned}
 E_y &= 0 & H_y &= 1 \\
 (8.11) \quad E_\rho &= 0 & H_\rho &= 0 \\
 E_\varphi &= 0 & H_\varphi &= 0
 \end{aligned}$$

Onde TM_{11}

$$\begin{aligned}
 E_y &= 0 & H_y &= 0 \\
 (8.12) \quad E_\rho &= -\lambda_c/2\lambda_g & H_\rho &= 0 \\
 E_\varphi &= 0 & H_\varphi(\varphi=0, \varphi=\pi/2) &= -\lambda_c/2\lambda_g\eta
 \end{aligned}$$

En se reportant aux données ci-dessus et à la formule 8.1, on voit que le couplage par le trou infiniment petit dans le grand côté du guide rectangulaire couple le mode TE_{11} par les champs magnétiques, le mode TM_{01} par les champs électriques, le mode TM_{11} par les champs magnétiques et que le mode TE_{01} n'est pas couplé.

Pour calculer le coefficient de couplage A pour les divers modes excités, nous aurons besoin de calculer S_1 pour chacun de ces modes ; c'est le flux du vecteur de POYNTING à travers la section droite du guide circulaire.

Mode TE_{11} ; on aura :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \int_0^R \int_0^{2\pi} (E_\varphi H_\rho - E_\rho H_\varphi) \rho d\rho d\varphi \\
 &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\frac{\lambda_c^2 \eta}{2\pi\lambda_g \rho} \cdot \frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_g \rho} \cdot J_1^2 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \sin^2 \varphi + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\lambda_c^2}{\lambda\lambda_g} \eta J_1'^2 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \cos^2 \varphi \right] \rho d\rho d\varphi \\
 (8.13) \quad S_1 &= \frac{\lambda_c^2 \eta}{\lambda\lambda_g} \int_0^R \left[\frac{\lambda_c^2}{4\pi\rho} J_1^2 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \pi\rho J_1'^2 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \right] d\rho.
 \end{aligned}$$

Mode TM_{01} ; on aura :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\lambda_c^2}{\lambda\lambda_g \eta} J_0^2 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \rho d\rho d\varphi \\
 &= \frac{2\pi\lambda_c^2}{\lambda\lambda_g \eta} \int_0^R J_0^2 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c} \right) \rho d\rho \\
 &= \frac{2\pi\lambda_c^2 R^2}{\lambda\lambda_g \eta} \left[J_0^2 \left(\frac{2\pi R}{\lambda_c} \right) - J_0 \left(\frac{2\pi R}{\lambda_c} \right) \right] \\
 (8.14) \quad S_1 &= \frac{2\pi\lambda_c^2 R^2}{\lambda\lambda_g \eta} J_0^2 \left(\frac{2\pi R}{\lambda_c} \right).
 \end{aligned}$$

Mode TE_{01} ; on aura :

$$S_1 = -\frac{\lambda_c^2}{\lambda\lambda_g} \eta \int_0^R \int_0^{2\pi} J_0^2\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c}\right) \rho d\rho d\varphi$$

$$= -\frac{2\pi\lambda_c^2 \eta}{\lambda\lambda_g} \int_0^R J_0^2\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c}\right) \rho d\rho$$

$$(8.15) \quad S_1 = -\frac{2\pi\lambda_c^2 \eta}{\lambda\lambda_g} \times \frac{R^2}{2} \left[J_0^2\left(\frac{2\pi R}{\lambda_c}\right) - J_0^2\left(\frac{2\pi R}{\lambda_c}\right) \right]$$

Mode TM_{11} ; on aura :

$$S_1 = \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\frac{\lambda_c^2}{\lambda\lambda_g \eta} J_1^2\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c}\right) \left[\cos^2 \varphi \right] \right. \\ \left. - \frac{\lambda_c^4}{4\pi^2 \lambda\lambda_g \rho^2} J_1^2\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c}\right) \left(-\sin^2 \varphi \right) \right] \rho d\varphi d\rho$$

$$(8.16) \quad S_1 = \frac{\lambda_c^2}{\lambda\lambda_g \eta} \int_0^R \left[\pi J_1^2\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c}\right) \right. \\ \left. + \frac{\lambda_c^2}{4\pi\rho} J_1^2\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda_c}\right) \right] d\rho.$$

Résultats numériques. — On voit tout de suite que pour les modes TM_{01} et TE_{01} , on a :

$$(8.17) \quad S_1(TM_{01}) = \frac{2\pi\lambda_c^2 R^2}{\lambda\lambda_g \eta} J_0^2\left(\frac{2\pi R}{\lambda_c}\right) - \frac{\pi\lambda_c^2 R^2}{\lambda\lambda_g \eta}$$

$$(8.18) \quad S_1(TE_{01}) = (\pi\lambda_c^2 \eta R^2)/(\lambda\lambda_g).$$

Pour les modes TE_{11} et TM_{11} , on a évalué les intégrales

$$\int_0^{s_{11}} J_1^2(u) \frac{du}{u} \quad \text{et} \quad \int_0^{s_{11}} J_1^2(u) u du \quad \left\{ \begin{array}{l} s_{11} \text{ première} \\ \text{racine de} \\ J_1(u) \end{array} \right.$$

qu'on trouve soit par une méthode graphique, soit par les intégrales de LOMMEL égales respectivement à 0,272 et à 0,125.

On a donc :

$$(8.19) \quad S_1(TE_{11}) = (0,397 \lambda_c^4 \eta)/4\pi\lambda\lambda_g$$

$$(8.20) \quad S_1(TM_{11}) = (0,397 \lambda_c^4)/4\pi\lambda\lambda_g \eta.$$

On en déduit pour les coefficients A à appliquer aux principaux modes excités par le trou les valeurs suivantes :

Mode TE_{11} :

$$A = (16\pi^2 a \lambda r^3)/(1,191 \lambda_0 \lambda_{0g} \lambda_c^3)$$

Mode TM_{01} :

$$A = (16\lambda\lambda_g a \eta r^3)/(3\lambda_0^2 \lambda_c^2 R^2)$$

Mode TE_{01} :

$$A = 0 \quad \text{Ce mode n'est pas couplé.}$$

Mode TM_{11} :

$$A = (16\pi^2 a \lambda_g \eta r^3)/(1,191 \lambda_0 \lambda_{0g} \lambda_c^3).$$

Pour chaque mode couplé, nous désignerons, par τ le rapport de la puissance qui passe vers le guide circulaire par le trou de couplage à la puissance qui est transportée par l'onde progressive du guide rectangulaire qui l'excite ; ce nombre τ sera appelé coefficient de couplage du mode considéré.

D'après la signification des nombres S_1 et A , et en désignant par S_0 le flux du vecteur de POYNTING à travers la section droite du guide circulaire, on aura pour le mode fondamental :

$$(8.21) \quad \tau = A^2 S_1/S_0.$$

On a pour S_0 la valeur

$$S_0 = \frac{1}{2} \int_{-a}^a \int_0^b E_y H_x - E_x H_y dx dy.$$

On trouve

$$(8.22) \quad S_0 = (2a^3 b \eta_0)/(\lambda_0 \lambda_{0g}).$$

On a, par suite, pour les principaux modes couplés :

Mode TE_{11} :

$$(8.23) \quad \tau = [(32\pi^3 \lambda r^6)/(3,573 a b \lambda_0 \lambda_{0g} \lambda_g \lambda_c^2)] (\eta/\eta_0).$$

Mode TM_{01} :

$$(8.24) \quad \tau = [(32\pi\lambda\lambda_g \lambda_{0g} r^6)/(9\lambda_0^3 \lambda_c^2 R^2 a b)] (\eta/\eta_0).$$

Mode TM_{11} :

$$(8.25) \quad \tau = [(32\pi^3 \lambda_g r^6)/(3,573 \lambda_0 \lambda_{0g} \lambda_c^2 a b)] (\eta/\eta_0).$$

8.3. — Exemples numériques.

1° Reprenons d'abord l'exemple cité au § 2.6. On a : $\lambda_0 = 3,34$ cm, $R = D/2 = 0,8$ cm ; le diélectrique qui remplit le guide circulaire est du polythène ($\epsilon = 2,25$). Les dimensions intérieures du guide rectangulaire standard sont : $a = 2,286$, $b = 1,016$ cm, ce qui conduit à $\lambda_{0g} = 4,89$ cm. Dans le guide circulaire, on a : $\lambda = 3,34/\sqrt{2,25}$ cm, $\lambda_c = 2,73$ cm, $\lambda_g = 3,87$ cm, $\eta = \eta_0/\sqrt{2,25}$. La formule qui donne τ dans le cas du mode TE_{11} devient ici $\tau = 0,84 r^6$.

Or, en se reportant à la courbe expérimentale de la figure 2.7, on trouve pour un trou de rayon $r = 0,65$ cm (diamètre 13 mm) : $\tau' = 1,19 r^6$.

2° Sur la bande de 10 cm, pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 9,97$ cm, un guide rectangulaire de dimensions $6,64 \times 2,95$ cm et un guide circulaire de rayon 2,45 cm (diamètre 49 mm) rempli de polythène, on trouve les valeurs suivantes :

$$\lambda_{0g} = 15,1 \text{ cm ; } \lambda = 9,97/\sqrt{2,25} ; \lambda_c = 8,38 \text{ cm ;}$$

$$\lambda_g = 11,02 \text{ cm ; } \eta = (1/\sqrt{2,25}) \eta_0 \quad \text{et} \quad \tau = 0,00125 r^6.$$

En se reportant à la courbe expérimentale de la figure 2.8, on trouve pour un trou de rayon $r = 1,6$ cm (diamètre 32 mm) : $\tau' = 0,0083 r^6$.

Les valeurs expérimentales sont de l'ordre de grandeur des valeurs théoriques, mais elles s'en écartent sensiblement surtout dans le deuxième exemple. Or deux effets contraires viennent se superposer au phénomène du couplage par le trou infiniment petit de BETHE :

D'abord la paroi du guide d'onde n'est pas infiniment mince ; les orifices se comportent dans la traversée de la paroi comme des guides au-dessous de la coupure et produisent une certaine atténuation de l'onde couplée ; cet effet aurait donc tendance à donner un coefficient de couplage inférieur au chiffre

théorique. La figure 8.3 représente cette atténuation pour les guides standards des bandes de 3 et 10 cm.

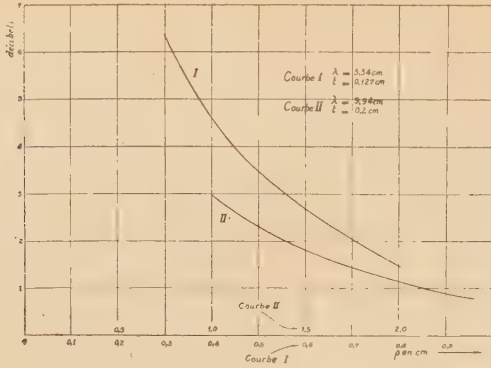


FIG. 8.3. — Courbe représentative de l'atténuation en décibels d'un guide circulaire à âme d'air, de rayon r et de longueur l , en fonction de ρ . L'atténuation a pour valeur $20 \log e\Gamma l$.

Ensuite, les trous expérimentés n'ont pas un diamètre infiniment petit, et même dans le deuxième exemple la circonférence est de l'ordre de la longueur d'onde ; on est alors au voisinage de la résonance et il aurait fallu tenir compte des courants qui circulent sur le pourtour du trou. Ce phénomène, de nature assez différente du phénomène du couplage par un orifice infiniment petit, se superpose à ce dernier et provoque au contraire un accroissement du coefficient de couplage. La présence des sondes d'accord a en plus pour effet d'augmenter ce coefficient de couplage en augmentant les courants dans leur voisinage.

Donc, par rapport à la courbe théorique en r^6 conséquence de la formule de BETHE, la courbe



FIG. 8.4. — Courbe pratique proposée pour déterminer les couplages des trous percés dans le grand côté d'un guide standard 3 cm ($22,86 \times 10,16 \times 1,27$) pour $\lambda_0 = 3,34$ cm. La partie droite est une courbe expérimentale. La partie gauche tient compte de la loi en r^6 et de la figure 8.3.

effective du coefficient de couplage en fonction de la longueur d'onde sera au-dessous pour les orifices très petits, à cause de l'atténuation due à la paroi épaisse, et passera au-dessus pour les orifices plus grands dans le voisinage des dimensions résonnantes.

A la suite de ces remarques, nous proposons de

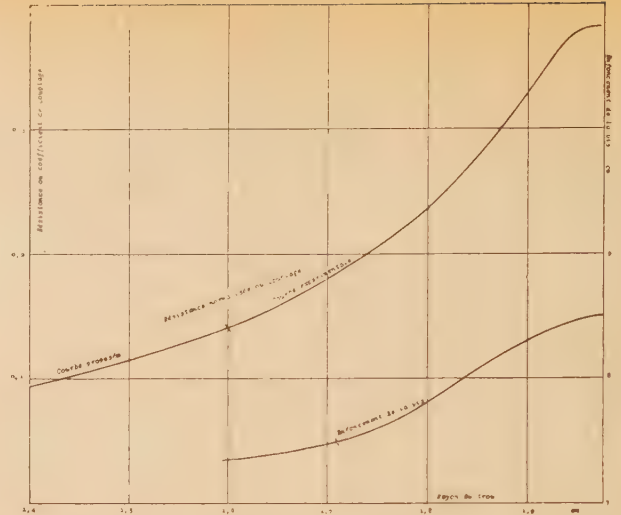


FIG. 8.5. — Courbe proposée pour le coefficient de couplage et l'enfoncement de la vis. Guide standard 10 cm. Radiateurs diélectriques de diamètre 49 mm — $\lambda_0 = 9,97$ cm.

prendre comme courbes pratiques celles des figures 8.4 et 8.5, qui tiennent compte des résultats expérimentaux et de ces remarques.

8.4. — Pureté du mode TE_{11} transmis dans le radiateur diélectrique.

Comme il s'agit de mesures relatives, nous admettons dans ce paragraphe les formules théoriques qui, en réalité, ne seraient valables que pour les trous petits vis-à-vis de la longueur d'onde et en paroi mince, mais qui nous permettent de comparer l'importance des divers modes.

Nous allons étudier ici l'importance des premiers modes couplés qui sont d'ailleurs au-dessous de la coupure.

On a :

$$\lambda_c(TM_{01}) = (2\pi R)/2,40 = (2\pi \times 0,8)/2,40 = 2,09 \text{ cm}$$

$$\lambda_g(TM_{01}) = \frac{\lambda_0 \lambda_c}{\sqrt{\epsilon_r \lambda_c^2 - \lambda_0^2}} = \frac{3,34 \times 2,09}{\sqrt{2,25 \times 2,09^2 - 3,34^2}} = j \times 2,75 \text{ cm}$$

$$\lambda_c(TM_{11}) = (2\pi R)/3,83 = (2\pi \times 0,8)/3,83 = 1,31 \text{ cm}$$

$$\lambda_g(TM_{11}) = \frac{\lambda_0 \lambda_c}{\sqrt{\epsilon_r \lambda_c^2 - \lambda_0^2}} = \frac{3,34 \times 1,31}{\sqrt{2,25 \times 1,31^2 - 3,34^2}} = j \times 1,52 \text{ cm.}$$

On trouve respectivement pour les modes TM_{01} et TE_{11} les valeurs de

$$\tau(TM_{01}) = j \times 3,70 r^6$$

$$\tau(TM_{11}) = j \times 7,76 r^6.$$

Le coefficient imaginaire j s'explique par le fait que, ces modes étant au-dessous de la coupure, il s'agit de puissance réactive.

Le coefficient d'atténuation α du § 2.2, lorsque λ_g est imaginaire est donné par $\alpha = 2\pi j/\lambda_g$.

Les valeurs de α pour les modes TM_{01} et TM_{11} sont donc respectivement

$$\alpha(\text{TM}_{01}) = 2\pi j \cdot 2,75 = 2,28$$

$$\alpha(\text{TM}_{11}) = 2\pi j \cdot 4,52 = 4,43$$

La puissance qui reste après une longueur L parcourue dans le guide est la fraction $e^{-2\alpha L}$ de la puissance à l'entrée. Comme dans les tronçons de guide circulaire utilisés nous avons pris $L = 1,1$ cm, les coefficients de couplage des modes TM_{01} et TM_{11} seront

$$\tau_1(\text{TM}_{01}) = \tau e^{-2\alpha L} = 3,70 \times e^{-2 \times 2,28 \times 1,1} r^6$$

$$\tau_1(\text{TM}_{11}) = \tau e^{-2\alpha L} = 7,76 \times e^{-2 \times 4,43 \times 1,1} r^6$$

ou encore

$$\tau_1(\text{TM}_{01}) = 0,0356 r^6$$

$$\tau_1(\text{TM}_{11}) = 0,00088 r^6.$$

La première valeur est à environ 16 dB et la deuxième valeur est à plus de 40 dB au-dessous de la puissance du mode TE_{11} . On aurait probablement intérêt à allonger le tronçon de guide circulaire porte-bougie pour atteindre 20 dB de façon à être assuré que le rayonnement provenant du mode TE_{01} ne soit pas supérieur aux lobes secondaires tolérés dans une bonne antenne et pour cela on devrait prendre par exemple $L = 1,5$ cm.

Il est à remarquer que cette étude théorique est faite pour les orifices petits devant la longueur d'onde et que des différences pourraient se présenter pour les trous plus gros. Les ordres de grandeurs seront toutefois respectés à cause du facteur prépondérant $e^{-2\alpha L}$. Une bonne confirmation pratique réside dans la remarque que la polarisation perpendiculaire à celle du mode TE_{11} est relativement très faible.

Afin de permettre éventuellement l'étude de l'atténuation des divers modes supérieurs pour des radiateurs diélectriques excités comme les radiateurs que

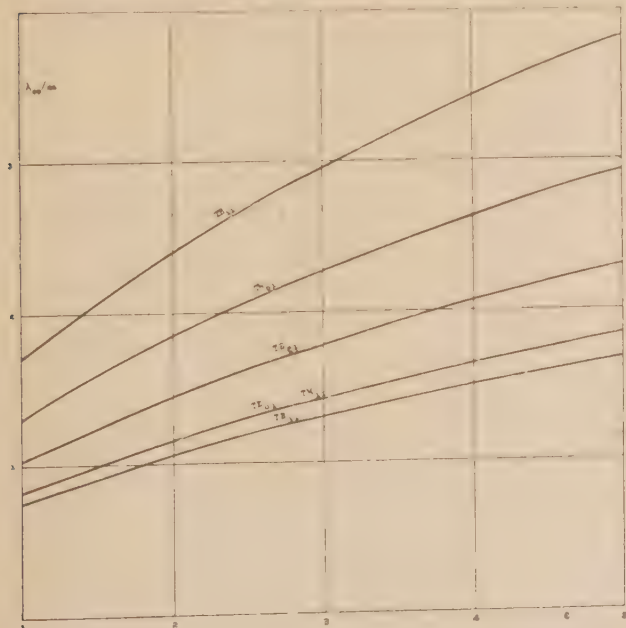


FIG. 8.6. — Rapport de la longueur d'onde de coupure rapportée au vide λ_{c0} , au diamètre $2a$ d'un guide circulaire rempli de diélectrique en fonction de la constante diélectrique ϵ pour les premiers modes TE et TM. Si $\lambda_c/2a = \pi/k$, k racine de la fonction de BESSEL ou de sa dérivée pour le mode considéré, on a représenté $\lambda_{c0}/2a = \lambda_c \sqrt{\epsilon}/2a$.

nous avons étudiés jusqu'ici, nous avons construit sur la figure 8.6 les courbes donnant le rapport de la longueur d'onde de coupure au diamètre $2a$ pour un guide circulaire rempli d'un diélectrique de constante diélectrique ϵ . Pour les définitions des λ_c et λ_{c0} , on se reportera au § 2.2.

CHAPITRE IX

LE GAIN DES RÉSEAUX ET LA CONSTRUCTION DES RÉSEAUX D'ANTENNES DIELECTRIQUES

Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'abord d'étudier théoriquement dans quelles conditions les réseaux linéaires de radiateurs directifs peuvent présenter des avantages sur les réseaux de radiateurs peu directifs, tels que les réseaux dipôles ou de fentes, au point de vue de l'encombrement, ensuite de donner quelques indications sur la construction des réseaux d'antennes diélectriques alimentés par guide d'onde rectangulaire.

9.1. — Définitions du gain et de la directivité. —

Nous allons préciser ici dans quels sens nous employons ces deux termes de *gain* et de *directivité* d'une antenne. Considérons un radiateur idéal sans pertes rayonnant uniformément dans toutes les directions de l'espace. Si la puissance totale rayonnée est W_0 , la puissance par unité d'angle solide (stéradian) est $W_0/4\pi$. Étant donnée maintenant une antenne réelle quelconque, soit $W(\theta, \varphi)d\Omega$ la puissance rayonnée dans l'angle solide élémentaire $d\Omega$ entourant la direction Ou (θ, φ) (fig. 9.1) lorsque la

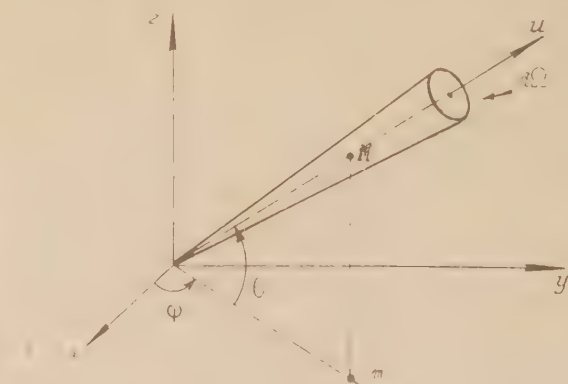


FIG. 9.1. — Les axes auxquels on rapporte l'élément d'angle solide.

puissance totale émise par cette antenne est W_0 . Le gain $G(\theta, \varphi)$ de cette antenne dans la direction Ou (θ, φ) est par définition le rapport de la puissance par unité d'angle solide dans cette direction à la puissance par unité d'angle solide du radiateur omnidirectionnel idéal lorsque l'antenne reçoit à ses bornes d'entrée la puissance totale rayonnée par le radiateur idéal. C'est donc

$$(9.1) \quad G(\theta, \varphi) = 4\pi W(\theta, \varphi)/W_0.$$

Si l'antenne étudiée est directive, la fonction de

gain $G(\theta, \varphi)$ admet un maximum bien marqué dans une direction, soit G_M . Cette quantité est souvent appelée *gain de l'antenne*.

Considérons maintenant la distribution du gain dans un plan intéressant passant par l'antenne, par

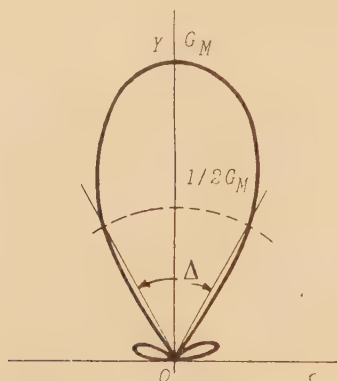


FIG. 9.2. — Diagramme de rayonnement et ouverture à demi-puissance.

exemple le plan horizontal, et représentons sur la figure 9.2 un exemple de graphique polaire obtenu dans ce plan en portant la valeur du gain sur chaque rayon vecteur issu de l'origine ; ce graphique est appelé *diagramme de rayonnement* de l'antenne dans le plan horizontal. Le gain G_M correspond au maximum du rayon vecteur dans le faisceau principal. L'angle Θ formé par les deux directions situées de part et d'autre pour lesquelles le gain se réduit à $(1/2) G_M$ sera appelé *l'ouverture à demi-puissance* du faisceau. Sans en donner une définition mathématique précise, nous appellerons *directivité* d'une antenne la qualité qu'elle a d'avoir un faisceau étroit, c'est-à-dire une ouverture à demi-puissance, faible. Nous dirons que l'antenne A est deux fois plus directive que l'antenne B si l'ouverture à demi-puissance de la première est la moitié de l'ouverture à demi-puissance de la seconde.

Contrairement à ce que font certains auteurs qui appellent *directivité* et *gain* deux quantités dont l'une est à un facteur près le logarithme de l'autre, la technique des antennes semble utiliser plutôt nos définitions. Et il n'y a aucune confusion possible entre deux expressions d'un gain soit par un nombre, soit par un logarithme, car, dans le deuxième cas, on a adopté comme unité le décibel.

D'autre part, avec nos définitions, deux antennes peuvent avoir la même directivité et des gains différents ; en effet, une proportion plus ou moins grande d'énergie peut être dissipée en lobes secondaires, en rayonnement arrière ou en chaleur dans une terminaison adaptée.

Par ailleurs, si le gain maximum dans un des lobes secondaires est G_S , on caractérisera la qualité de l'antenne au point de vue des lobes secondaires, en disant que G_S/G_M est inférieur à une certaine quantité, par exemple 1/40.

Pratiquement, on utilisera la quantité

$$(9.2) \quad r = 10 \log_{10} (G_S/G_M) \text{ décibels}$$

et on dira dans l'exemple précédent que les lobes secondaires sont à 15 décibels au-dessous du faisceau principal.

9.2. — Le gain et la directivité d'un réseau linéaire de radiateurs. — Le chapitre V nous a permis de mettre le champ rayonné à l'infini par un réseau de N radiateurs « équipolents », c'est-à-dire de même nature géométrique et physique et orientés dans le même sens, sous la forme d'un produit

$$(9.3) \quad \vec{E}(\theta, \psi) = \vec{e}(\theta, \psi) F.$$

La fonction $\vec{e}(\theta, \psi)$ caractérise la distribution des valeurs du champ à l'infini pour un radiateur unique. C'est ce que nous avons appelé le *facteur d'élément*. La fonction $E(\theta, \psi)$ joue le même rôle pour l'ensemble du réseau. Le facteur F est ce que nous avons appelé le *facteur de réseau*. Ce nombre F fait intervenir le nombre des radiateurs, leurs intervalles, la distribution de la puissance entre les radiateurs, la phase avec laquelle elle arrive sur eux, ainsi que la longueur d'onde aussi bien dans l'espace que dans la ligne de transmission qui alimente les divers radiateurs.

Dans la formule (9.3) les lettres $\vec{E}$ et $\vec{e}$ représentent par exemple les champs électriques. A l'infini, les champs magnétiques $\vec{H}$ et $\vec{h}$ correspondants leur sont proportionnels et respectivement perpendiculaires.

Et les ensembles de vecteurs $\vec{E}, \vec{H}$ d'une part et $\vec{e}, \vec{h}$ d'autre part sont perpendiculaires au rayon vecteur. Les flux de puissance par unité d'angle solide dans la direction considérée (θ, ψ) sont donc égaux respectivement à

$$(9.4) \quad W(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \eta \vec{E}(\theta, \psi) \cdot \vec{E}^*(\theta, \psi) *$$

et

$$(9.5) \quad w(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \eta \vec{e}(\theta, \psi) \cdot \vec{e}^*(\theta, \psi),$$

η étant l'impédance intrinsèque de l'espace, et par suite les fonctions de gain du radiateur isolé et du réseau seront données respectivement par

$$(9.6) \quad g(\theta, \psi) = 4\pi w(\theta, \varphi) / \int \int_S w(\theta, \psi) d\Omega,$$

$$(9.7) \quad G(\theta, \psi) = 4\pi W(\theta, \psi) / \int \int_S W(\theta, \psi) d\Omega.$$

$d\Omega$ est l'élément d'angle solide et la lettre S indique que l'intégrale double est étendue à tout l'espace angulaire entourant l'origine. Des formules (9.3), (9.4) et (9.5) on déduit

$$(9.8) \quad W(\theta, \psi) = w(\theta, \psi) \cdot F \cdot F^*.$$

De toutes ces remarques, il résulte que la formule (9.7) peut s'écrire

$$(9.9) \quad G(\theta, \psi) = \frac{g(\theta, \psi) F F^* \int \int_S w(\theta, \psi) d\Omega}{\int \int_S w(\theta, \psi) F F^* d\Omega}.$$

(*) Dans ces formules, l'étoile indique un imaginaire conjugué.

Si le réseau contient N radiateurs équivalents rayonnant chacun des puissances proportionnelles aux nombres positifs $\alpha_0^2, \alpha_1^2, \dots, \alpha_{N-1}^2$, et si on ne tient pas compte des couplages entre les divers éléments, la puissance rayonnée par le réseau serait la somme des puissances globales rayonnées par chacun des radiateurs élémentaires, et on pourrait écrire

$$(9.10) \quad \int \int_S W(\theta, \psi) d\Omega = (\alpha_0^2 + \alpha_1^2 + \dots + \alpha_{N-1}^2) \int \int_S w(\theta, \psi) d\Omega$$

et, si le réseau était uniforme, on aurait

$$\alpha_0^2 = \alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \dots = \alpha_{N-1}^2 = 1$$

et par suite

$$(9.11) \quad \int \int_S W(\theta, \psi) d\Omega = N \int \int_S w(\theta, \psi) d\Omega.$$

Les formules (9.10) et (9.11) soulèvent des difficultés physiques que nous essaierons d'éclaircir au paragraphe suivant.

En tenant compte de la formule (9.10), la formule (9.9) devient

$$G(\theta, \psi) = g(\theta, \psi) F F^* = \sum_p \alpha_p^2.$$

Dans le cas d'un réseau uniforme de radiateurs élémentaires à φ_p constant (§ 5.7 a), on aura d'une part

$$\sum_{p=0}^{p=N-1} \alpha_p^2 = N$$

et d'autre part

$$F = e^{\pi j (N-1) u (\sin \Theta / \lambda - 1 / \lambda_g)} \times \sin \pi N u [(\sin \Theta) / \lambda - 1 / \lambda_g] / \sin \pi u [(\sin \Theta) / \lambda - 1 / \lambda_g].$$

Par suite, on a :

$$(9.12) \quad G(\theta, \psi) = g(\theta, \psi) \frac{1}{N} \left[\frac{\sin \pi N u [(\sin \theta / \lambda) - 1 / \lambda_g]}{\sin \pi u [(\sin \theta / \lambda) - 1 / \lambda_g]} \right]^2$$

On s'arrange pratiquement pour qu'une direction de maximum maximorum du facteur de réseau donné par $\sin \theta = \lambda / \lambda_g + k \lambda / u$ (Éq. 1.10) coïncide avec la direction de gain maximum g_M . Le crochet élevé au carré dans l'équation (9.12) prend alors la valeur N^2 et on a approximativement

$$(9.13) \quad G_M \simeq N \cdot g_M.$$

Un raisonnement analogue conduirait au même résultat pour un réseau uniforme à φ_p alternés (§ 5.7 b), ou pour un réseau tel que $\varphi_p = m p$ ($m = \text{Cte}$).

La formule (9.13) donne une borne supérieure de G_M , car elle suppose que les maximums de $g(\theta, \psi)$ et du facteur de réseau ont lieu pour la même valeur de θ , et d'autre part que le facteur de réseau peut effectivement prendre une valeur correspondant au fait que les champs à l'infini des radiateurs élémentaires s'ajoutent algébriquement pour une certaine valeur de θ .

On pourra donc admettre que pour un réseau bien construit de radiateurs élémentaires ayant un gain

g_M , le gain du réseau G_M s'approchera de la valeur $N g_M$, N étant le nombre des radiateurs.

A l'inverse du gain, la directivité d'un réseau comportant plus de quelques éléments ne sera cependant pas dans la pratique sensiblement augmentée du fait qu'on constitue ce réseau par des radiateurs élémentaires directifs au lieu de dipôles ou de fentes. En effet, l'ouverture à demi-puissance d'un radiateur élémentaire sera toujours de l'ordre de plusieurs dizaines de degrés, alors que l'ouverture du facteur de réseau est beaucoup moindre, et c'est cette dernière qui fixe l'ouverture du faisceau définitif.

9.3. — Étude de l'équation des puissances. — Nous nous proposons d'étudier plus en détail les équations (9.11) et (9.12) à partir des définitions des quantités $W(\theta, \psi)$ et $w(\theta, \psi)$.

Tenant compte de l'équation (9.8), la puissance totale du réseau s'écrit :

$$(9.14) \quad W_T = \int \int_S W(\theta, \psi) d\Omega = \int \int_S w(\theta, \psi) F \cdot F^* d\Omega.$$

Posons de même :

$$(9.15) \quad w_T = \int \int_S w(\theta, \psi) d\Omega.$$

Nous bornant à l'étude des réseaux de radiateurs équidistants, le facteur de réseau F est donné par la formule (5.7). On a donc :

$$(9.16) \quad W_T = \int \int_S w(\theta, \psi) \sum_{p=0}^{p=N-1} \alpha_p e^{j \left[2\pi p u \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_g} \right) + \varphi_p \right]} \times \sum_{p'=0}^{p'=N-1} \alpha_{p'} e^{-j \left[2\pi p' u \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_g} \right) + \varphi_{p'} \right]} d\Omega$$

Le produit des deux sommes imaginaires conjuguées peut se développer sous la forme

$$\sum_{p=0}^{p=N-1} \alpha_p^2 + 4 \sum_{p=1}^{p=N-1} \sum_{q=0}^{q=p-1} \alpha_p \alpha_q \cos \left[2(p-q)\pi u \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_g} \right) + \varphi_p - \varphi_q \right],$$

et on a par suite :

$$(9.17) \quad W_T = \left\{ \sum_{p=0}^{p=N-1} \alpha_p^2 \right\} \int \int_S w(\theta, \psi) d\Omega + 4 \sum_{p=1}^{p=N-1} \sum_{q=0}^{q=p-1} \alpha_p \alpha_q \times \int \int_S w(\theta, \psi) \cos \left[2(p-q)\pi u \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_g} \right) + \varphi_p - \varphi_q \right] d\Omega.$$

Cette formule ne se réduira à la formule (9.10) que nous avons utilisée au paragraphe précédent que si

le deuxième terme est nul. Pour étudier ce deuxième terme, remarquons que $d\Omega = \cos \theta \, d\theta \, d\psi$, et désignons par $I_{p,q}$ l'intégrale double. On aura

$$(9.18) \quad I_{p,q} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \left\{ \cos \left[2(p-q)\pi u \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) + \varphi_p - \varphi_q \right] \right\} \left[\int_0^{2\pi} \omega(\theta, \psi) \cos \theta \, d\psi \right] d\theta.$$

Il est à remarquer que $\omega(\theta, \psi)$ est une fonction essentiellement positive de θ dans $(-\pi/2 + \pi/2)$, qu'il en est par suite de même de $\int_0^{2\pi} \omega(\theta, \psi) \cos \theta \, d\psi$.

Si $\omega(\theta, \psi)$ est indépendant de θ , on peut écrire :

$$I_{p,q} = \int_0^\pi \omega(\psi) \, d\psi \times \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \left\{ \cos \left[2(p-q)\pi u \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) + \varphi_p - \varphi_q \right] \right\} \cos \theta \, d\theta - \int_0^{2\pi} \omega(\psi) \, d\psi \times \left[\frac{\sin \left[2(p-q)\pi u \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) + \varphi_p - \varphi_q \right]}{2(p-q)\pi \frac{u}{\lambda}} \right]_{-\pi/2}^{+\pi/2}$$

ou

$$(9.19) \quad I_{p,q} = \int_0^{2\pi} \omega(\psi) \, d\psi \times \frac{\sin 2(p-q)\pi(u/\lambda) \cos [2(p-q)\pi(u/\lambda_0) - \varphi_p + \varphi_q]}{2(p-q)\pi u/\lambda}.$$

On voit immédiatement que si $u = m\lambda/2$ (m entier), $I_{p,q}$ est nul quels que soient p et q . En particulier, pour des radiateurs omnidirectionnels espacés de $m\lambda/2$, la formule (9.17) se réduit bien à la formule (9.10).

Mais dans le cas général, la formule (9.17) s'écrit :

$$(9.20) \quad W_T = \omega_T \sum_{p=0}^{p=N-1} \alpha_p^2 + 4 \sum_{p=1}^{p=N-1} \sum_{q=0}^{q=p-1} \alpha_p \alpha_q I_{p,q}.$$

Or, d'une part la puissance rayonnée par les radiateurs élémentaires ne peut subir ni déperdition ni augmentation, et d'autre part le deuxième terme de W_T , qui dépend des quantités jusqu'ici arbitraires α_p , α_q , φ_p , φ_q , n'est pas identiquement nul. Cela s'explique par le fait que les distributions de la puissance caractérisée par les coefficients α_p et de la phase caractérisée par les coefficients φ_p ne peuvent être prises tout à fait arbitrairement, à cause des réactions des radiateurs les uns sur les autres.

Bornons-nous au cas du réseau dont les radiateurs donnent des champs à l'infini en phase dans la direction perpendiculaire au réseau ($\theta = 0$). On a alors, à un multiple de 2π près :

$$\varphi_p = 2\pi p(u/\lambda_0)$$

donc

$$\varphi_p - \varphi_q = 2\pi(p-q)(u/\lambda_0)$$

et la valeur de $I_{p,q}$ devient

$$I_{p,q} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \left[2\pi \frac{u}{\lambda} (p-q) \sin \theta \right] \times \left[\int_0^{2\pi} \omega(\theta, \psi) \cos \theta \, d\psi \right] d\theta$$

et le deuxième terme de W_T dans l'équation (5.17) devient

$$4 \sum_{p=1}^{p=N-1} \sum_{q=1}^{q=p} \left\{ \alpha_p \alpha_{p-q} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \left[2\pi r \frac{u}{\lambda} \sin \theta \right] \times \left[\int_0^{2\pi} \omega(\theta, \psi) \cos \theta \, d\psi \right] d\theta \right\}$$

et on a

$$W_T = \sum_{p=1}^{p=N-1} \alpha_p^2 \omega_T + 4 \sum_{p=1}^{p=N-1} \sum_{r=1}^{r=p} \left\{ \alpha_p \alpha_{p-r} \times \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \left[2\pi r \frac{u}{\lambda} \sin \theta \right] \left[\int_0^{2\pi} \omega(\theta, \psi) \cos \theta \, d\psi \right] d\theta \right\}.$$

Admettons de plus que la fonction $\omega(\theta, \psi)$ soit une fonction paire de θ . Le signe $\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}$ porte sur une fonction paire de θ .

Posons :

$$\int_0^{2\pi} \omega(\theta, \psi) \cos \theta \, d\psi = \nu(\theta), \text{ fonction positive paire de } \theta,$$

il restera à évaluer les intégrales de la forme

$$J_r = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \left[2\pi r \frac{u}{\lambda} \sin \theta \right] \nu(\theta) \, d\theta.$$

En construisant sur les figures 9.3 et 9.4 les courbes représentatives de $\nu(\theta)$ et $\cos [2\pi r(u/\lambda) \sin \theta]$ pour une forme simple de $\nu(\theta)$, soit $\nu(\theta) =$

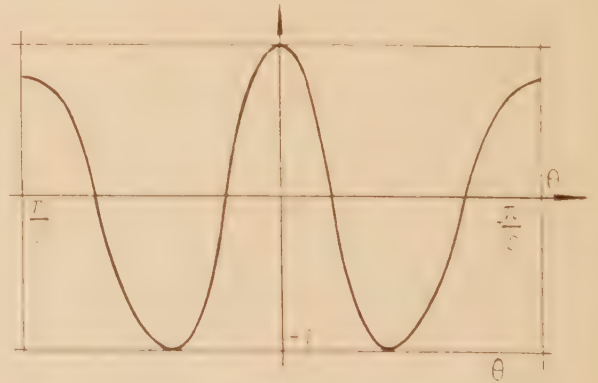


FIG. 9.3. — La courbe $\cos [2\pi r(u/\lambda) \sin \theta]$.

$\cos^2 \theta$ [$\nu(\theta) = \cos^2 \theta$] ce qui correspond à un dipôle, et à la valeur de $r = 1$, on voit que l'élément différentiel s'annule pour

$$\sin \theta = [\lambda/(2ru)]/(h+1/2) \quad (h \text{ entier}).$$

Prenons, pour construire la figure, $u = \lambda$, ce qui donne $\sin \theta = \pm 1/4$ et $\sin \theta = \pm 3/4$. On voit que la somme algébrique des aires hachurées s'équilibre grossièrement et, en faisant varier le rapport u/λ , on peut écarter ou rapprocher les points sur l'axe. Si les minimums les plus rapprochés de l'axe des ordon-

nées ont pour abscisses sensiblement celles des points à demi-puissance de $v(\theta)$, l'ensemble des trois aires médianes s'annule sensiblement, et il est possible pour une valeur convenable de u/λ d'annuler J_1 . Des valeurs voisines de u/λ annuleraient de même $J_2, J_3, \dots$ car le nombre d'oscillations de $\cos [2\pi r(u/\lambda) \sin \theta]$ augmente comme r ; nous admettons qu'il est possible de trouver une valeur de u/λ qui annule

$$\sum_{r=1}^{p-N-1} \sum_{r=p}^{\infty} x_r x_{r+p} / r.$$

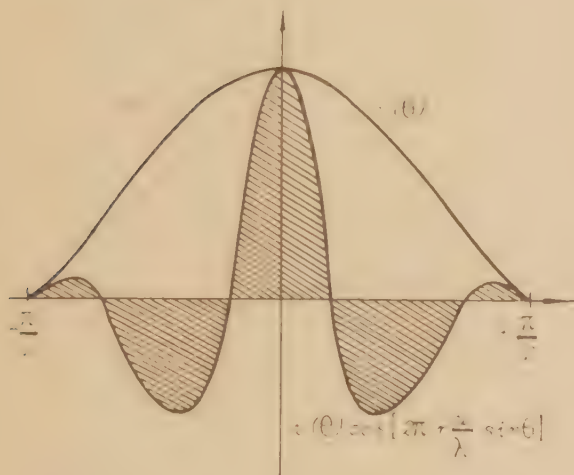


FIG. 9.4. — La courbe $v(\theta) \times \cos [2\pi r(u/\lambda) \sin \theta]$.

Le raisonnement qualitatif que nous venons de faire suppose que $w(\theta) = \cos^2 \theta$, ce qui correspond au rayonnement d'un dipôle.

Si $v(\theta)$ conserve une forme analogue, mais si ses points à demi-puissance se rapprochent, on voit qualitativement que les premiers zéros de $\cos (2\pi r(u/\lambda) \sin \theta)$ devront se rapprocher, donc que le rapport u/λ devra augmenter sensiblement dans la proportion de la directivité du facteur d'élément.

SCHELKUNOFF a fait un calcul pour un réseau formé de deux éléments directifs et il a trouvé qualitativement le même résultat [8] (*). E. ROUBINE a fait un calcul moins poussé que le nôtre sur les réseaux uniformes [19] (**).

Ce calcul a été fait dans l'hypothèse où on suppose déterminées les phases d'alimentation des radiateurs, l'interaction n'intervenant que sur l'amplitude; cette hypothèse est évidemment très arbitraire, mais elle a permis de se rendre compte, par le calcul, des difficultés qui surgissent quand on groupe les radiateurs en réseaux.

Il serait cependant intéressant de traiter le problème mathématique d'une façon rigoureuse, pour voir si on peut trouver des réseaux uniformes pour

lesquels le gain est N fois le gain de chacun des N radiateurs identiques et semblablement orientés. De toute façon la formule (9.13) donne une borne supérieure du gain d'un réseau uniforme, et on s'efforcera pratiquement de se rapprocher le plus possible de cette borne.

9.4. — Les réseaux d'antennes diélectriques. —

Les remarques précédentes laissent prévoir les avantages que l'on peut espérer de l'utilisation des réseaux d'antennes diélectriques pour diminuer l'encombrement des antennes. En effet, si on arrive à grouper le long d'une ligne d'alimentation des radiateurs élémentaires semblables séparés par des intervalles égaux à u , ces radiateurs ayant chacun dans le plan passant par la ligne d'alimentation un gain (***) supérieur à celui qu'auraient des radiateurs plans, par exemple des cornets, d'encombrement égal à u , le gain maximum possible du réseau sera augmenté. Si l'on arrive à disposer les radiateurs de gain g_M et à déterminer leurs couplages à la ligne de transmission, pour que ces radiateurs réagissent assez peu les uns sur les autres, on parviendra à obtenir un réseau dont le gain se sera rapproché du gain $N g_M$. Nous sommes arrivés pratiquement à ce résultat au moyen des réseaux d'antennes diélectriques du chapitre III. Pour un même gain le réseau diélectrique avait un encombrement sensiblement moindre. Des difficultés apparaissent d'ailleurs lorsqu'on veut chiffrer les résultats. Nous avons associé (§ 3.2) le réseau de radiateurs diélectriques à un réflecteur. L'expérience a montré qu'en utilisant cette association on obtenait, avec une surface de réflecteur notablement moindre, un gain égal à celui d'une antenne classique.

9.5. — Considération sur la construction des réseaux d'antennes diélectriques. —

Les réseaux diélectriques que nous avons construits soit sur la bande de 3 cm, soit sur la bande de 10 cm, sont constitués par un guide d'onde percé dans l'axe de son grand côté de trous équidistants alimentant par la base des tronçons de guides d'ondes circulaires remplis du diélectrique qui constitue la base cylindrique des radiateurs diélectriques cylindroconiques. En face de chaque trou, le guide rectangulaire porte des vis d'accord qui permettent de régler les réactances. Le montage est celui de la figure 2.1. La figure 9.5 représente la photographie d'un réseau à 14 radiateurs. Dans de tels réseaux, on recherche un rayonnement latéral. La première idée qui se présente est d'alimenter en phase tous les radiateurs en les espaçant de $u = \lambda_{00}$, λ_{00} désignant la longueur d'onde guidée dans le guide rectangulaire d'alimentation. On a ainsi un réseau à ϕ_p constant (****). Mais cette

(*) § 9.15.

(**) Ch. VI, 125 et 126.

(***) Pour la définition du gain dans un plan, voir H. T. FRIS et W. D. LEWIS [11].

(****) Pour les notations utilisées ici et concernant les réseaux, voir §§ 5.1 et suivants.

longueur d'onde λ_{g0} étant supérieure à la longueur d'onde dans l'air λ_0 , le facteur de réseau

$$|F| = \left| \frac{\sin \pi N u [(\sin \theta)/\lambda_0 - 1/\lambda_{g0}]}{\sin \pi u [(\sin \theta)/\lambda_0 - 1/\lambda_{g0}]} \right|$$

présente des maximums maximum non seulement dans la direction $\theta = 0$ normale au réseau, mais encore pour $\theta_1 = \pm \arcsin \lambda_0/\lambda_{g0}$. Nous admettrons, dans tout ce qui suit, que les radiateurs sont indépendants, c'est-à-dire qu'ils ne réagissent pas l'un sur l'autre. Si l'une des directions θ_1 coïncide avec une direction où le rayonnement d'un radiateur isolé a une valeur notable, le réseau présentera dans cette direction un lobe secondaire non négligeable. Si l'intervalle u des radiateurs est un peu différent de λ_{g0} , le rayonnement principal n'est pas exactement normal au guide rectangulaire et les deux lobes

précisément le facteur d'élément a un diagramme trop large.

Il convient donc, lorsqu'on veut construire un réseau, que les directions de ces lobes secondaires possibles se trouvent au voisinage des zéros du facteur d'élément. Dans le cas général du réseau à φ_p constant, où $u = \lambda_{g0}$, le maximum maximum dans la région des $\theta > 0$ est donné par $\theta_1 = \arcsin \lambda_0/\lambda_{g0} = \arcsin 1/m$ ($m = \lambda_{g0}/\lambda_0$). Quelques valeurs de θ_1 ont été données dans le tableau de la figure 9.6; quelques maximums maximum de la région des $\theta < 0$ sont donnés par les courbes de la figure 9.6 en fonction de $p = \lambda_{g0}/u$ et $m = \lambda_{g0}/\lambda_0$. Le tableau II de cette figure donne quelques positions du maximum voisin de $\theta = 0$ suivant les valeurs de p .

Tous ces renseignements sont indépendants du nombre N de radiateurs. La remarque III de la

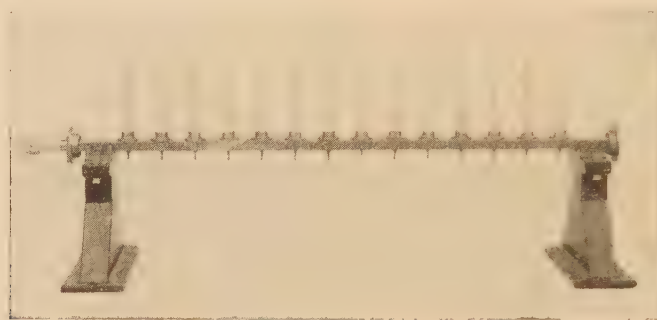


FIG. 9.5. — Réseau de 14 radiateurs diélectriques sur la bande de 3 cm, diamètre des bouts 6 mm, espacement λ_g .

secondaires des directions θ_1 sont légèrement décalés dans le même sens. La figure 3.3 représente le diagramme de rayonnement d'un réseau pour lequel ces lobes secondaires importants existent, parce que

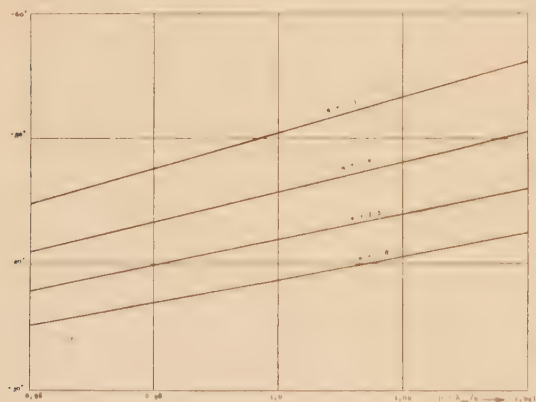


FIG. 9.6. — Courbes donnant le maximum maximum de $\sin \pi N u [(\sin \theta)/\lambda_0 - 1/\lambda_{g0}] / \sin \pi u [(\sin \theta)/\lambda_0 - 1/\lambda_{g0}]$ ce qui correspond à $\theta < 0$ dans les cas usuels des réseaux à φ_p constant. On a posé $m = \lambda_{g0}/\lambda_0$; $p = \lambda_{g0}/u$, u est l'écartement des radiateurs. Les maximums maximum correspondant à $\theta > 0$ et à θ voisin de zéro sont donnés par les tableaux suivants :

I. — Max. max. pour $\theta > 0$, quel que soit p

θ	$+50^\circ/4$	$+45^\circ/4$	$+41^\circ/4$	$+38^\circ/2$
m	1,3	1,4	1,5	1,6

II. — Max. max. pour θ voisin de zéro (lobe principal) sensiblement indépendant de m

p	0,96	0,98	1,00	1,02	1,04
θ	$+1^\circ/2$	$+0^\circ/4$	0°	-1°	$-1^\circ/4$

III. — Les zéros qui encadrent les maximums maximum sont à environ $1^\circ/4$ de part et d'autre pour $N = 29$.

figure 9.6 donne la largeur entre zéros d'un lobe maximum maximum pour $N = 29$.

La figure 9.6 permet ainsi de déterminer la position des lobes secondaires dus au réseau. Nous avons donné sur la figure 9.7 la position des zéros du dia-

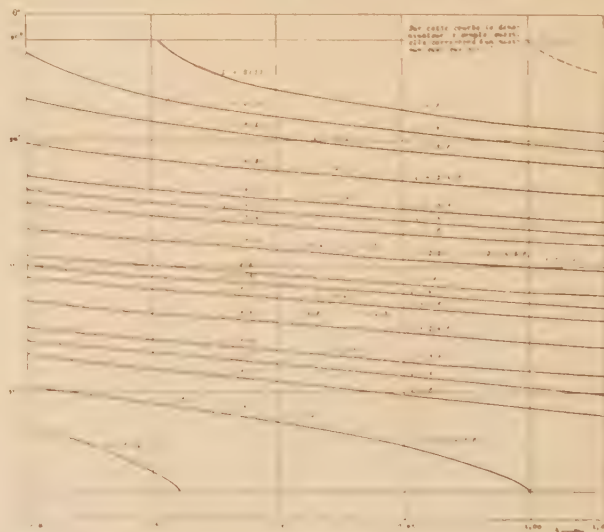


FIG. 9.7. — Les zéros de $F = \sin \pi L [(\sin \theta)/\lambda_0 - 1/\lambda_{g0}] / \pi L [(\sin \theta)/\lambda_0 - 1/\lambda_{g0}]$ en fonction de $h = \lambda_{g0}/\lambda_0$ et de $l = L/\lambda_0$.

gramme de rayonnement théorique du radiateur diélectrique cylindrique, qui sont dus au facteur de réseau propre de ce radiateur (rappelons qu'on a considéré au chapitre III un radiateur diélectrique cylindrique comme un réseau de disques radiateurs

empilés), et qui par conséquent sont communs aux diagrammes dans les plans X et Y (*). Il est à remarquer que les axes du réseau d'antennes diélectriques et du réseau de disques empilés formant un radiateur sont perpendiculaires, et que par suite les angles de θ et Θ des figures 9.6 et 9.7 sont rapportés à deux axes rectangulaires différents. Dans le quadrant I de la figure 9.8 on a $\theta + \Theta = 90^\circ$, alors que dans le quadrant II on a $\Theta - \theta = 90^\circ$.

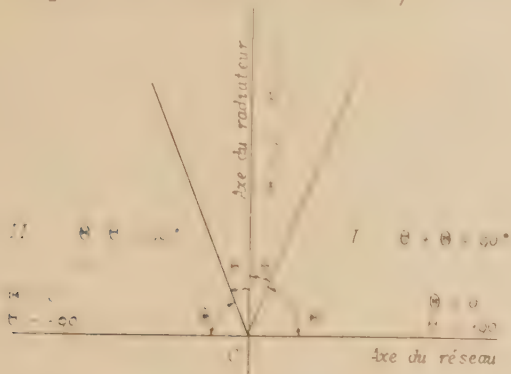


FIG. 9.8. — La disposition des angles θ et Θ .

Les courbes tracées sur la figure 9.7 représentent les Θ des zéros du diagramme du radiateur cylindrique en fonction de $h = \lambda_g/\lambda_0$ (λ_g longueur d'onde guidée dans le radiateur diélectrique) pour diverses valeurs de $l = L/\lambda_0$ (L longueur du radiateur diélectrique), soit

$$l = 1, 2, 3, 4, 6.$$

Le chiffre placé entre parenthèses numérote le zéro pour la valeur donnée de l à partir de la courbe en pointillé qui correspond au maximum de

$$\sin \pi L[(\sin \theta)/\lambda - 1/\lambda_g]/\pi L[(\sin \theta)/\lambda - 1/\lambda_g]$$

facteur de réseau propre au radiateur formé de disques empilés. Cette numérotation permet éventuellement d'interpolier sans crainte d'erreur pour des valeurs de l intermédiaires.

Pratiquement, les radiateurs cylindriques, qui d'une part ont les diagrammes les meilleurs, et dont d'autre part les zéros se rapprochent de ceux des radiateurs coniques qui ont même diamètre maximum, correspondent à une valeur de h voisine de $h = 0,90$. A titre d'exemple considérons un réseau alimenté par un guide standard 3 cm à la longueur d'onde de $\lambda_0 = 3,34$ cm; on a $\lambda_{g0} = 4,88$ cm; $m = 1,465$.

Si l'intervalle des radiateurs est $u = 4,80$ cm, ($p = 1,02$), les maximums maximums correspondent (fig. 9.6) à $\theta = 43^\circ 1/2$ et $\theta = -46^\circ 1/4$. Les Θ correspondants sont $\Theta = 90^\circ - 43^\circ 1/2 = 46^\circ 1/2$ et $\Theta = 90^\circ - 46^\circ 1/4 = 43^\circ 3/4$. La valeur moyenne est environ 45° . Sur la figure 9.7, au voisinage de $h = 0,90$, on trouvera un zéro pour la valeur $\Theta = 45^\circ$ en interpolant entre les courbes $l = 2(1)$ et $l = 3(1)$ ou entre les courbes $l = 4(2)$ et $l = 6(2)$; autrement dit on prendra $l = 2,5$ ou $l = 5$.

Sans attacher une valeur absolue à cette méthode,

basée sur des approximations, surtout si on veut l'étendre aux radiateurs coniques, elle montre

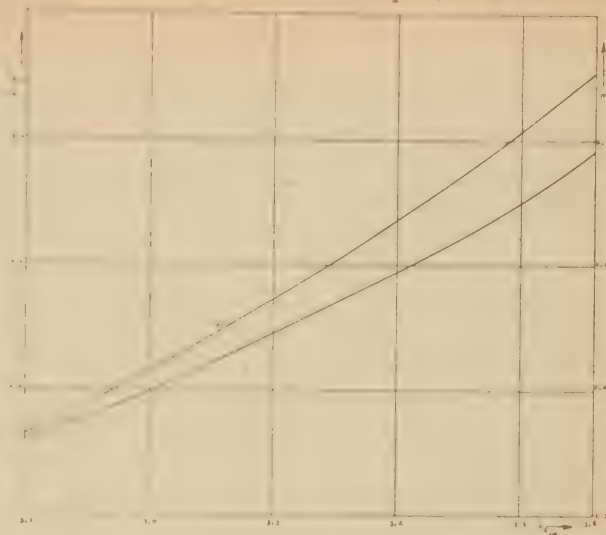


FIG. 9.9. — Courbes donnant λ_{g0} , et $m = \lambda_{g0}/\lambda_0$ pour un guide standard de la bande de 3 cm de dimensions intérieures $22,86 \times 10,16$ mm.

cependant qu'en choisissant judicieusement les valeurs relatives de p , m , h et l on pourra espérer faire disparaître du diagramme de rayonnement d'un réseau de radiateurs diélectriques les lobes secondaires du facteur de réseau, même pour des radiateurs dont l'espacement u est supérieur à la longueur d'onde dans l'air.

Afin de faciliter l'usage de la figure 9.6, nous avons

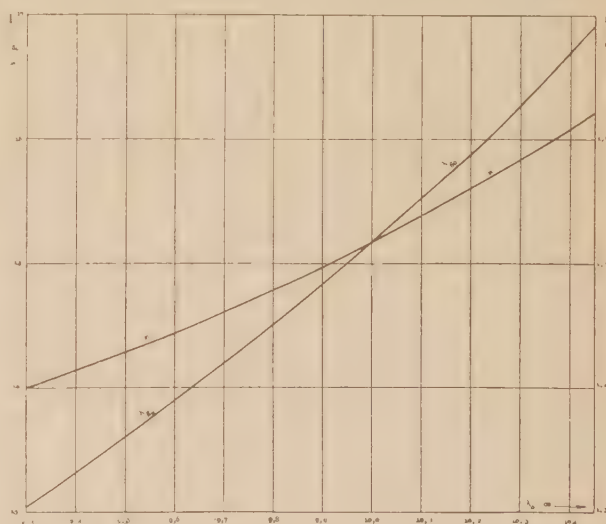


FIG. 9.10. — Courbes donnant λ_{g0} , et $m = \lambda_{g0}/\lambda_0$ pour un guide standard de la bande de 10 cm de dimensions intérieures $66,37 \times 29,50$ mm.

construit sur les figures 9.9 et 9.10 les courbes représentatives de λ_{g0} et $m = \lambda_{g0}/\lambda_0$ en fonction de λ_0 pour les guides d'ondes standard des gammes de 3 cm (dimensions intérieures $22,86 \times 10,16$ mm) et de 10 cm ($66,37 \times 29,50$ mm).

CONCLUSION

Dans cette conclusion, nous nous proposons d'abord de dégager les résultats qui nous paraissent nouveaux, ensuite d'indiquer dans quels sens il nous

(*) Le plan X est le plan de la polarisation, le plan Y le plan perpendiculaire (voir §§ 7.4 et 7.5).

semble que les recherches doivent être poursuivies, enfin d'exposer quelques applications de notre travail.

Au point de vue théorique, nous avons commencé par étudier les réseaux linéaires de radiateurs « équi-polents » d'une façon qui nous paraît nouvelle par bien des points et qui a facilité nos travaux ultérieurs.

Ensuite la longue discussion de ce que nous avons appelé l'équation de SCHELKUNOFF nous paraît entièrement originale. Nous avons ainsi été conduit à construire de nombreuses courbes concernant la propagation de l'onde EM_{11} (*) dans un cylindre diélectrique indéfini. Nous avons ainsi montré qu'il existe un mode qui n'a pas de fréquence de coupure et une infinité de modes pourvus de fréquences de coupure, et nous avons donné les réseaux de courbes et les équations qui permettent de déterminer les longueurs d'ondes guidées et même les champs, pour des cylindres diélectriques dont la constante diélectrique ϵ varie de 2 à 5, dans le cas où le diélectrique est sans perte, et où la perméabilité magnétique est égale à celle du vide. Nous avons calculé dans le cas particulier du polythène le rapport des puissances propagées dans la tige diélectrique et dans le milieu extérieur. Nous avons montré comment se décompose et se simplifie l'équation de SCHELKUNOFF dans le cas des modes à symétrie de révolution, et nous en avons profité pour comparer le cas des ondes de GOUBAU (ondes propagées par un cylindre conducteur indéfini revêtu de diélectrique) à symétrie de révolution avec les ondes EM_{11} qui peuvent se propager dans une ligne de transmission du même type.

On a écrit les systèmes d'équations résolutives, c'est-à-dire les systèmes d'équations permettant de calculer les champs dans le cas des ondes EM_{11} pour les lignes de transmission constituées d'abord par un cylindre conducteur enrobé d'une couche cylindrique de diélectrique, ensuite par un cylindre diélectrique enrobé d'une couche cylindrique formée d'un autre diélectrique, et enfin par un tube diélectrique. Ces systèmes sont assez compliqués, mais se prêtent sans trop de difficulté à une résolution numérique approximative.

Les autres parties théoriques de ce travail qui nous paraissent originales concernent : d'abord, dans le cas du radiateur diélectrique fini, la décomposition du champ rayonné en un facteur de réseau et un facteur d'élément et le calcul effectif du facteur d'élément à partir de la formule de KÖTLER et GOUDET ; ensuite le calcul des coefficients de couplage des radiateurs diélectriques par des orifices circulaires centrés sur l'axe du grand côté du guide d'onde ; et enfin la discussion du gain d'un réseau linéaire de radiateurs directifs, destinée à montrer l'avantage que l'on peut retirer des réseaux d'antennes diélectriques au point de vue de l'encombrement (**).

Il nous semble que les recherches que nous avons effectuées pourraient être poursuivies dans les sens suivants : au point de vue théorique, il serait intéressant de rechercher l'importance des modes EM_{11} supérieurs au mode fondamental dans le cas où ils sont au-dessous de la coupure pour la tige diélectrique donnée. Au point de vue expérimental, il serait intéressant de chercher à diminuer ou à augmenter les intervalles entre les radiateurs, et d'autre part à coupler ceux-ci sur le petit côté du guide d'onde, de façon à les faire fonctionner dans la polarisation perpendiculaire aux arêtes du guide. Enfin, il sera aussi indiqué, pour former un réseau superficiel, d'associer plusieurs réseaux linéaires parallèles.

Les réseaux de radiateurs diélectriques présentent de l'intérêt chaque fois qu'on veut conserver un gain d'antenne important tout en réduisant l'encombrement des antennes. C'est le cas pour les antennes des radars d'avion. C'est aussi le cas pour les grandes antennes de radars de veille à grande distance. De même, étant donné leur encombrement moins grand, on peut avoir avantage à utiliser des antennes diélectriques pour les câbles hertziens, car on a tout intérêt à réduire la résistance au vent des antennes placées en haut de tours élevées. De même encore certaines installations de radio-alignement sur ondes centimétriques que nous avons proposées pourraient utiliser avec succès les antennes diélectriques. Nous avons aussi envisagé des radiateurs mixtes constitués par une âme métallique ou un cylindre diélectrique enrobés d'un autre diélectrique.

Je ne pourrais conclure ce travail sans remercier profondément Monsieur le Professeur GRIVET pour les directives et les conseils qu'il m'a donnés. Je suis également très reconnaissant à Monsieur l'Inspecteur Général TUCOULAT, Directeur du Centre National d'Études des Télécommunications et à Monsieur l'Ingénieur Militaire en Chef ANGOT, Directeur-adjoint, des facilités de travail qu'ils m'ont accordées tant pour la documentation que pour l'expérimentation et pour la publication des résultats. Je dois aussi beaucoup de gratitude pour l'aide qu'ils m'ont apportée à Monsieur l'Ingénieur Militaire en Chef FLAMBARD, Chef de la Division « Détection Électromagnétique » du C. N. E. T. et au personnel de cette Division, en particulier aux Ingénieurs MM. WERTHEIMER et CABALERY pour leur compétence et leur application dans la mise au point des appareils et des mesures que j'ai utilisés.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] SIMON (I.), Note sur les antennes diélectriques. *Onde électri.*, Fr., (juil. 1948), **28**, n° 256, pp. 272-281.
- [2] MALLACH (P.), *Aériens dirigés diélectriques pour onde décimétriques et centimétriques* (Ausgewählte Fragen über Theorie und Technik von Antennen.) Cahier II. Extraits.
- [3] HONDROS (VON D.), DEBYE (P.), Propagation des ondes électromagnétiques dans les tiges diélectriques. (Elektromagnetische Wellen an dielektrischen Drähten.) *Ann. Phys.*, Dtschl., (1910), **32**, pp. 465-476.
- [4] ZAHL (H. A.), Radar sur une longueur d'onde de

(*) Association d'une onde TE_{11} et d'une onde TM_{11} donnant le mode le plus simple non à symétrie de révolution qui se propage dans un cylindre diélectrique (cf. § 6.7).

(**) Lire ici le dernier paragraphe de la colonne de gauche de la page 24.

- 50 centimètres. Radar on 50 centimeters. *Electronics*, U. S. A. janv. 1946, **19**, n° 1, pp. 38-404.
- [5] SCHRIEVER (O.), *Physique et technique du conducteur à espace creux*. *F. T. Z.*, Dtschl. (15 août 1940), **61**, pp. 749-753.
- [6] SOUTHWORTH (G. C.), *Principes et applications de la transmission par guides d'ondes*. (Principles and applications of waveguide transmission.) D. Van Nostrand Co., N. Y., U. S. A. (1950), p. 689.
- [7] CARSON (J. R.), MEAD (S. P.), SCHELKUNOFF (S. A.), *Guides d'ondes aux hyperfréquences. Théorie mathématique*. (Hyper-frequency waveguides. Mathematical theory.) *Bell Syst. techn. J.*, U. S. A. (avril 1936), p. 310-333.
- [8] SCHELKUNOFF (S. A.), *Les ondes électromagnétiques*. (Electromagnetic waves). V. Van Nostrand Co., N. Y., U. S. A., 4^e édition (1942), p. 425.
- [9] MONTGOMERY (C. G.), DICKE (R. H.), PURCELL (E. M.), *Principes des circuits hyperfréquences*. (Principles of microwave circuits.) Mc Graw Hill Co., N. Y., U. S. A. (1948), p. 486, M. I. T. n° 8.
- [10] SILVER (S.), *Théorie et détermination des antennes hyperfréquences*. (Microwave antennas theory and design.) Mc Graw Hill Co., N. Y., U. S. A. (1948), M. I. T. n° 12.
- [11] FRIIS (H. T.), LEWIS (W. D.), *Les antennes de radar*. (Radar antennas.) *Bell Syst. techn. J.*, U. S. A. (avril 1947), **26**, n° 2, pp. 219-317.
- [12] BOUX (M.), *Les guides à fentes et leur application aux aëriens*. *Ann. Télécommunic.*, Fr. (mars 1949), **4**, n° 3, pp. 75-86.
- [13] SCHELKUNOFF (S. A.), *Théorie mathématique d'un réseau d'antennes linéaires*. (A mathematical theory of linear arrays.) *Bell Syst. techn. J.*, U. S. A. (janvier 1943), **22**, n° 1, pp. 80-107.
- [14] GOUBAU (G.), *Les ondes de surface et leur application aux lignes de transmission*. (Surfaces waves and their application to transmission lines.) *J. appl. Phys.*, U. S. A. (novembre 1950), **21**, n° 11, pp. 1119-1128.
- [15] MONTGOMERY (C. G.), *Techniques des mesures en hyperfréquences*. (Technique of microwave measurements.) Mc. Graw Hill Co., N. Y., U. S. A. (1947), pp. 297-303. Version en langue française éditée par Chiron, Paris.
- [16] GOUDET (G.), *Une formule de rayonnement électromagnétique. Dispositifs rayonnants pour ondes centimétriques*. *Onde électr.*, Fr. (août-septembre 1947), **27**, n° 245-246, pp. 313-317.
- [17] BETHE (H. A.), *Théorie de la diffraction par les petits trous*. (Theory of diffraction by small holes.) *Phys. Rev.*, U. S. A. (1-15 octobre 1944), **66**, pp. 163-182.
- [18] ROBIN (L.), *Étude du couplage entre deux guides d'ondes, au moyen d'un petit trou circulaire*. *Note Technique n° 1105 du C. N. E. T.* (publication interne) (20 février 1950), 15 p.
- [19] ROUBINE (E.), *Cours de lignes H. F. et d'antennes de l'E. S. E.*, Fr., 1^{re} partie (1948), 274 p. — 2^e partie (1949), 299 p.
- [20] BETHE (H. A.), *Théorie des fenêtres sur les parois des guides d'ondes* (Theory of side windows in wave guides.) *Rep. 43/27/M. I. T.*, U. S. A. (4 avril 1943), 26 p.
- [21] BOUX (M.), *Appareils de mesures pour les hyperfréquences*. *Ann. Télécommunic.*, Fr. (juin 1950), **5**, n° 6, pp. 210-218.
- [22] BRILLOUIN (L.), *Propagation des ondes sur les câbles diélectriques*. *Bull. Soc. Franç. des Électriciens*, Fr. (octobre 1938), 5^e série, **8**, n° 94, pp. 899-932.
- [23] CHANDLER (C. H.), *Étude d'une tige diélectrique comme guide d'onde*. (An investigation of dielectric rod as waveguide). *J. appl. Phys.*, U. S. A. (décembre 1949), **20**, n° 12, pp. 1188-1192.
- [24] ELSASSER (W. M.), *Affaiblissement dans une tige circulaire diélectrique*. (Attenuation in dielectric circular rod.) *J. appl. Phys.*, U. S. A. (décembre 1949), **20**, n° 12, pp. 1193-1196.
- [25] HALLIDAY (D. F.), KIELY (D. G.), *Antennes en tiges diélectriques*. (Dielectric rod aerials.) *J. Inst. electr. Engrs.*, Part. III, G.-B., M. 770. Admiralty Signal Establishment (mai 1946), **94**, n° 14, pp. 610-618.
- [26] SURDIN (M.), *Couplages directifs pour guides d'ondes* (Directive couplers in waveguides.) *J. Inst. electr. Engrs.*, Part. III A, G.-B. (1946), **93**, pp. 726-736.
- [27] TRICAUD (J.-B.), *Application de la théorie des réseaux aux guides à fentes non résonnantes*. *Onde électr.*, Fr. (mars et avril 1951), **31**, n° 288, pp. 122-132, n° 289, pp. 188-206.
- [28] WATSON (R. B.), HORTON (C. W.), *Diagramme de rayonnement d'antennes diélectriques. Expérience et théorie*. (The radiation pattern of dielectric rods. Experiment and theory.) *J. appl. Phys.*, U. S. A. (juil. 1948), **19**, n° 7, pp. 661-670.
- [29] WATSON (R. B.), HORTON (C. W.). — *Calcul de diagrammes de rayonnement d'antennes diélectriques*. (On the calculation of radiation patterns of dielectric rods.) *J. appl. Phys.*, U. S. A. (sept. 1948), **19**, n° 9, pp. 836-839.
- [30] WATSON (R. B.). — *Sur les diagrammes de rayonnement d'antennes diélectriques à tiges de polystyrène*. (On the directional patterns of polystyrene rod antennas.) *J. appl. Phys.*, U. S. A. (fév. 1951), **22**, n° 2, pp. 154-156.
- [31] HORTON (C. W.), KARAL (F. C.), MC KINNEY (C. M.). — *Sur les diagrammes de rayonnement des tiges diélectriques de section circulaire, en mode TM_{0,1}*. (On the radiation patterns of dielectric rods of circular cross section—the TM_{0,1} mode.) *J. appl. Phys.*, U. S. A. (déc. 1950), **21**, n° 12, pp. 1279-1283.
- [32] HORTON (C. W.), MC KINNEY (C. M.). — *Étude expérimentale de l'antenne diélectrique en forme de tige de section circulaire, excitée dans le mode dominant*. (An experimental investigation of the dielectric rod antenna of circular cross section excited in the dominant mode.) *J. appl. Phys.*, U. S. A. (oct. 1951), **22**, n° 10, pp. 1246-1249.
- [33] MALLACH (P.). — *Éléments rayonnants diélectriques à rayonnement dirigé*. (Dielektrische Richtstrahler.) *F. T. Z.*, Dtschl. (sept. 1950), **3**, n° 9, pp. 325-328.
- [34] KIELY (D. G.). — *Sur les facteurs qui définissent les caractéristiques de rayonnement d'antennes diélectriques tubulaires*. (Factors governing the radiation characteristics of dielectric tube serials.) *Proc. Inst. Electr. Engrs.* (Part III), G.-B. (sept. 1950), **97**, n° 49, pp. 311-321.
- [35] MUELLER (G. E.), TYRRELL (W. A.). — *Antennes en tiges diélectriques*. (Polyrod antennas.) *Bell Syst. techn. J.*, U. S. A. (oct. 1947), **26**, n° 4, pp. 837-851.
- [36] HORTON (C. W.), MC KINNEY (C. M.). — *Mesure des longueurs d'onde et de l'affaiblissement dans les guides diélectriques, pour les modes les plus bas*. (Measurements of wavelengths and attenuation in dielectric waveguides for lower modes.) *Proc. Inst. Radio Engrs.*, U. S. A. (fév. 1952), **40**, n° 2, pp. 177-180.
- [37] COLIN (J. F.). — *Étude de la propagation d'une onde électromagnétique guidée par une surface métallique recouverte d'une couche de diélectrique*. *Onde Électr.* Fr. (mai 1951), **31**, n° 290, pp. 245-256.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Théorie des diélectriques. Constantes diélectriques
Pertes dans les diélectriques et claquages dans les diélectriques.

Vu et approuvé :

Paris, le 12 janvier 1952,

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

Signé : A. CHATELET.

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

Signé : JEAN SARRAILH.

